



Ortaokul Matematik Öğretmen Adaylarının Muhakeme Süreçlerine Farklı Bir Bakış: Global Argümantasyon Yapısı *

Özlem Erkek ¹, Mine Işıksal Bostan ²

Öz

Argümantasyon fen öğretimi ve psikoloji gibi farklı disiplinlerde eğitimin önemli bir parçası olarak karşımıza çıkmaktadır. Argümantasyon uygulamalarının derslerde kullanılmasıyla öğrencilerin hem bilişsel (eleştirel düşünme, muhakeme vb.) hem de duyuşsal açıdan olumlu yönde geliştiği araştırmalarla desteklenmektedir. Son zamanlarda matematik eğitimi alanında da argümantasyon çalışmaları hız kazanmıştır. Argümantasyon sürecinin anahtar elemanı, öğrencilerin güçlü matematiksel argümanlar üretmesine katkı sağlayacak olan geleceğin öğretmenleri bugünün öğretmen adaylarının argümantasyon becerilerini geliştirmesi önemlidir. Alanyazında öğretmen adaylarının muhakeme süreçlerine ve argümantasyon yapılarına dair yapılan çalışmalara ihtiyaç duyulmaktadır. Bu amaçla, bu çalışmada ortaokul matematik öğretmen adaylarının geometri soruları çözerken kullandıkları global argümantasyon yapılarını incelemek amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda, Ankara'da bir devlet üniversitesinin ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünde öğrenim gören 8 öğretmen adayı ile nitel bir durum çalışması gerçekleştirilmiştir. Katılımcılarla iki argümantasyon uygulaması gerçekleştirilmiştir. İlk uygulamada iki üçgen problemi, ikinci uygulamada ise iki çember problemi katılımcılara çözdürülmüştür. Daha sonra katılımcıların global argümantasyon yapıları incelenmiştir. Bulgular, ortaokul matematik öğretmen adaylarının matematiksel muhakeme becerilerinin zayıf olduğunu ve bu nedenle çoğunlukla basit global argümantasyon yapıları kullandıklarını göstermiştir. Diğer yandan, araştırmacı yönlendirmelerinin, katılımcıların kullandığı global argümantasyon yapılarının daha kompleks olmasını sağladığı ortaya çıkmıştır. Bu nedenle, argümantasyon sürecini yöneten öğretmenlerin de argümantasyon konusunda yeterli bilgi ve deneyime sahip olması gerektiği sonucuna varılmıştır. Sonuçlar, öğretmen adaylarının matematiksel muhakeme becerilerinin geliştirilmesine odaklanılmasının önemini ortaya çıkarmıştır. Dolayısıyla öğretmen yetiştirme programlarının yeniden düzenlenmesinin ve ders içeriklerine argümantasyon uygulamalarının eklenmesinin faydalı olacağı düşünülmektedir.

Anahtar Kelimeler

Argümantasyon

Geometri

Global argümantasyon

Ortaokul matematik

öğretmen adayları

Toulmin modeli

Makale Hakkında

Gönderim Tarihi: 06.04.2018

Kabul Tarihi: 16.05.2019

Elektronik Yayın Tarihi: 16.07.2019

DOI: 10.15390/EB.2019.7867

* Bu makale Özlem Erkek'in Mine Işıksal Bostan danışmanlığında yürüttüğü "Ortaokul matematik öğretmen adaylarının argümantasyon yapılarının teknoloji ve kağıt-kalem ortamlarında incelenmesi" başlıklı doktora tezinden üretilmiştir.

¹ İstanbul Medipol Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi, Türkiye, ozleme@medipol.edu.tr

² Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi, Türkiye, misiksal@metu.edu.tr

Giriş

Argümantasyon teorisi, muhakemenin temelde sosyal bir beceri olduğunu göstermeye yönelik bir girişimdir (Mercier ve Sperber, 2011). Sosyal etkileşimin olduğu bir ortamda bireyler argümanlarını paylaşırken hem argümanı ileri süren hem de onu değerlendiren /çürüten kişiler bu süreçten fayda sağlamaktadır. Bu görüşe göre *muhakeme*, argümanı ileri sürenlerin kendi fikirleri için nedenler bulmasına, dinleyicilerin bu argümanları değerlendirmesine yardımcı olmak için geliştirilen bilişsel yetenektir (Mercier, 2011). Nitekim muhakemenin temel olarak argümantasyon süreci için sosyal bir araç olduğu sonucuna varılabilir. Hatta alanyazında muhakemenin argümanlara hizmet etmek için geliştiğine yönelik düşünceler de mevcuttur. Argümantasyon tabanlı çalışmalarda bireylerin sosyal etkileşim sürecinde oldukları ve sürekli muhakeme yaparak iddialarını ileri sürdükleri düşünülürse, muhakeme ve argümantasyon kavramlarının iç içe ve birbiriyle yakından ilişkili olduğu sonucuna varılabilir (Conner, Singletary, Smith, Wagner ve Francisco, 2014).

Alanyazında argümantasyon ile argüman farklı kavramlar olarak karşımıza çıkmaktadır. Argümantasyon, iddiaların deneysel veya kuramsal deliller, gerekçeler, çürütülenler ve alternatif görüşler ışığında bireysel veya iş birliğiyle yapılandırıldığı ve değerlendirildiği sosyal etkileşim süreci olarak tanımlanmaktadır (Jiménez-Aleixandre ve Erduran, 2008). Bir diğer tanıma göre ise argümantasyon insanları bir fikrin doğruluğuna veya yanlışlığına inandırmak amacıyla yapılan retorik (etkili hitap) konuşmaları içeren ifadeler bütünüdür (Antonini ve Martignone, 2011). Sonuç olarak argümantasyon bir süreç ifade etmektedir. Argüman ise argümantasyonun sonucu olarak ifade edilen ürünlerdir (Erkek, 2017). Argümantasyon süreci, bilginin öğretmenden öğrenciye aktarıldığı klasik öğretim yöntemlerinin aksine öğrenciyi aktif kılarak sosyal öğrenmeye olanak sağlamaktadır. Öğrenciler argümantasyon sürecinde fikirlerini özgürce tartışmakta, ikna edici argümanlar sunmakta, arkadaşlarının argümanlarını çürütmekte ve kendi fikirlerini yansıtıcı şekilde dile getirerek savunmaktadır (Krummheuer, 2000; Stein, Engle, Smith ve Hughes, 2008). Inagaki, Hatano ve Morita'ya (1998) göre öğrencilerin tartışması, arkadaşlarına soru sorması, fikirlerinin arkadaşları tarafından değerlendirilmesi, doğrudan arkadaşlarından dönüt alması gibi süreçler bilginin yapılandırılması açısından çok etkilidir. Aynı doğrultuda Yackel ve Cobb (1996)da akranlar ile etkileşim sonucu elde edilen bilginin yorumlanmasının öğrenmeye katkısı olduğunu savunmuştur.

Alanyazında birçok araştırma, sosyal etkileşim ve argümantasyonun başarı üzerindeki olumlu etkisinden bahsetmektedir (Kosko, Rougee ve Herbst, 2014; Walter ve Barros, 2011; Yackel ve Cobb, 1996). Örneğin, Walter ve Barros'un (2011) çalışmasında, argüman geliştirme ve farklı çözüm yolları sunma üzerinde çalışan ve fikir birliğine varmaya çalışan öğrencilerin üst düzey matematiksel düşünme becerilerinin (Kosko vd., 2014) ve yansıtıcı matematiksel düşünme becerilerinin geliştiği sonucuna ulaşılmıştır. Benzer şekilde, Yackel ve Cobb (1996) sosyal öğrenme ortamının matematik başarısı açısından önemini vurgulamıştır. Walter ve Barros (2011) muhakeme becerilerinin ve üst düzey matematiksel düşünme becerilerinin (Kosko vd., 2014) geliştirilebilmesi için öğrencilere farklı çözüm yollarını inceleyebilecekleri ve aktif olarak argüman üretebilecekleri bu tür öğrenme ortamlarının sağlanmasını önermiştir. Buna benzer olarak alanyazında argümantasyon uygulamaları sayesinde öğrencilerin üst düzey akıl yürütme, eleştirel düşünme ve karar verme gibi becerilerinin gelişeceği savunulmuştur (Driver, Newton ve Osborne, 2000; Güzel, Erduran ve Ardaç, 2009). Nitekim argümantasyon hem öğretmenlerin hem de öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerinin geliştirilebilmesi için faydalı bir süreç olarak kabul edilebilir. Öğrencilerin öğrenme süreçlerine önemli derecede katkıda bulunacak, onların muhakeme ve üst düzey düşünme becerilerini geliştirecek olan argümantasyon sürecini yönetmek için, geleceğin öğretmenleri olan öğretmen adaylarının bu konudaki yetkinliklerinin değerlendirilmesinin alan yazınına sağlayacağı katkı önem arz etmektedir. Buradan yola çıkarak bu çalışmada öğretmen adaylarının argümantasyon sürecindeki muhakeme becerilerini kullandıkları global argümantasyon yapıları incelenerek değerlendirmek amaçlanmıştır.

Çalışmanın Önemi

Alanyazındaki araştırmalar, öğretmen rolünün sınıfta işlenen matematiğin niteliği açısından önemini vurgulamaktadır (Heinze ve Reiss, 2007; Yackel ve Cobb, 1996). Öğretmenler argümantasyon sürecini yöneten, öğrencilerin etkileşim halinde olduğu sosyal ortamı oluşturan, öğrencilerin güçlü matematiksel argümanlar kurmasını sağlayan anahtar elemanlardır (Rice, 2012). Bu noktada verimli bir argümantasyon sürecinin oluşturulabilmesi için öğretmenin belirli becerilere sahip olması beklenmektedir. Araştırmacılar, sınıfta öğrencilerinin argümanlarını ve açıklamalarını değerlendirebilmek için öğretmenlerin güçlü matematiksel argümanlar kurabilmesi ve ispat yapabilmesi gerektiğini savunmaktadırlar (Rice, 2012). Ancak ulaşılabilen alan yazını incelendiğinde Türkiye’de matematik eğitimi alanında henüz yeterli araştırma yapılmamış olduğundan, argümantasyon sürecinin matematik öğrenme üzerine etkisine dair ulusal düzeyde yeterli bilgi bulunmamaktadır. Dolayısıyla geleceğin öğretmenleri olan öğretmen adaylarının argümantasyon yapılarının incelenmesi, onların ne derece matematiksel muhakeme yapabildiğine ve gelecekte kendi sınıflarında işleyecekleri dersin yapısına yönelik bilgiler sunabilir.

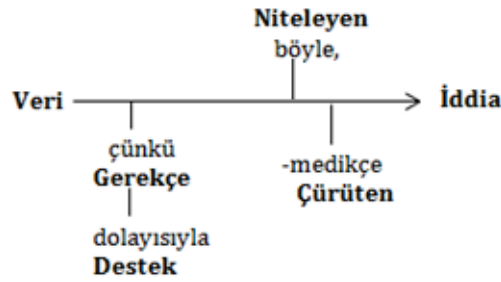
Türkiye’de fen bilgisi öğretmenliği lisans programında yer alan derslerde argümantasyon temelli fen dersi ve uygulamalarına oldukça sık rastlanmakta ve öğretmen eğitimi sürecinde birçok derste argümantasyon konusu geçmektedir (YÖK, 2018). Bunun yanında fen eğitiminde argümantasyon temelli dersler üzerine birçok bilimsel çalışma da mevcuttur (Kıngır, Geban ve Günel, 2013; Özdem, Ertepinar, Çakıroğlu ve Erduran, 2013). Diğer yandan Türkiye’deki ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programı incelendiğinde argümantasyonun henüz aktif olarak uygulanmadığı, zorunlu ya da seçmeli ders içeriklerinde yeteri kadar yer almadığı görülmektedir. Hatta birçok matematik öğretmeni adayının argümantasyon sürecini deneyim edinmeden üniversiteden mezun olduğu söylenebilir (Erkek, 2017). Araştırmacılar bir öğretmenin argümantasyon sürecini iyi yönetebilmesi için öncelikle kendisinin bir öğrenci gibi argümantasyon uygulanan derslerde yer almasının faydalı olacağını savunmaktadır (Prusak, Hershkowitz ve Schwarz, 2012). Bu nedenle öğretmen adaylarının mesleğe başlamadan önce bir öğrenci gibi argüman geliştirme sürecine dahil olmalarının ileride kendi sınıflarında da böyle bir ortam sunabilmeleri bağlamında faydalı olacağı düşünülmektedir. Bunun yanında gelecekte argümantasyon temelli ders anlatabilecek olan ortaokul matematik öğretmenlerinin yetiştirilebilmesi ve öğretmen yetiştirme programlarındaki eksikliklerin belirlenebilmesi için öğretmen adaylarının argümantasyon yapılarının incelenmesi büyük önem taşımaktadır.

Bu bağlamda, bu çalışma ile öğretmen yetiştiren kurumlarda matematik eğitimi lisans programının argümantasyon uygulamaları içerecek şekilde güncellenmesi için farkındalık yaratılması ve alanyazına gelecekte matematik eğitimi alanında yapılacak olan argümantasyon çalışmaları için ön bilgiler sağlanması amaçlanmıştır. Alan yazınındaki çalışmalar doğrultusunda bu çalışmanın amacı ortaokul matematik öğretmen adaylarının geometri problemleri çözerken geliştirdikleri global argümantasyon yapılarının incelenmesidir. Bu amaç doğrultusunda ‘Ortaokul matematik öğretmen adaylarının geometri problemleri çözerken sundukları argümanların yapıları nasıldır?’ araştırma sorusuna cevap aranmıştır:

Argüman Modeli (Toulmin)

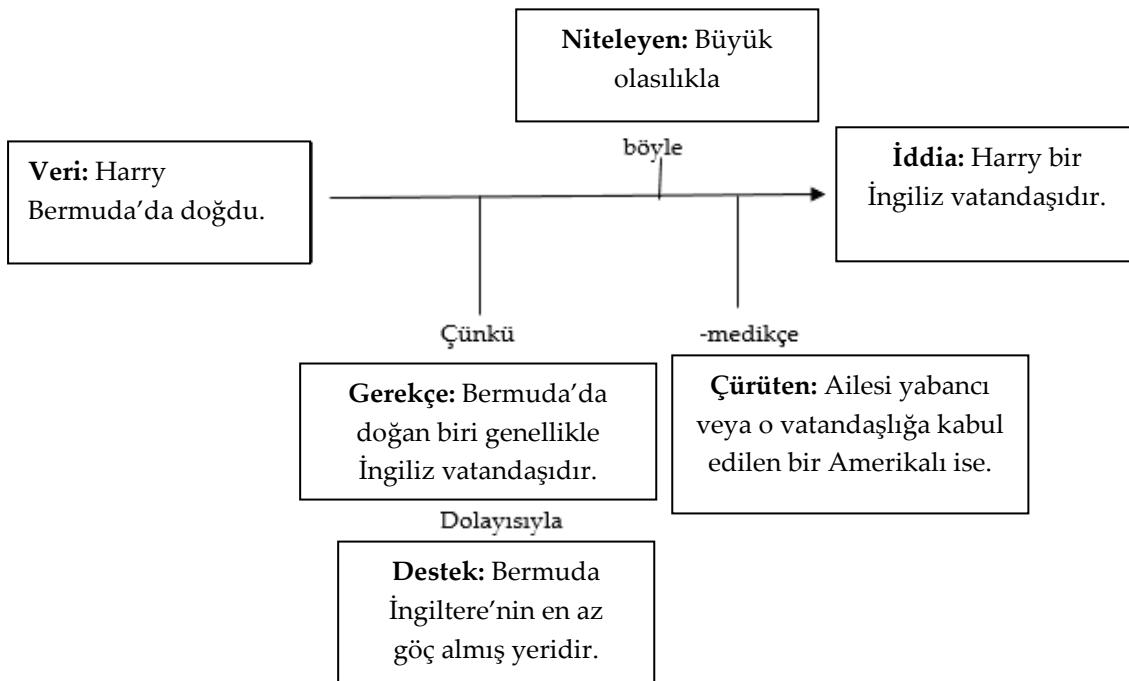
Argümantasyon çalışmaları alanyazında ilk olarak Toulmin’in (1958) ‘The Uses of Argument’ kitabında ileri sürdüğü argüman modeli ve bileşenleri temel alınarak yaygınlaşmaya başlamıştır. Araştırmalarda sık olarak başvurulan Toulmin’in (1958) argüman modeline göre bir argüman *iddia*, *veri* ve *gerekeç* olmak üzere üç temel bileşenden oluşmaktadır. Argümanlarda bu temel bileşenlerin yanı sıra üç yardımcı bileşen olan *destek*, *niteleyen* ve *çürüten* de bulunabilmektedir. *İddia* (*Claim*) argümanın sonucudur. *Veri* (*Data*) iddianın temeli olarak başvurabileceğimiz gerçeklerdir. *Gerekeç* (*Warrant*) ise veriden iddiaya nasıl ulaşıldığını savunan ifadelerdir. Yardımcı bileşenlerden *destek* (*Backing*) gerekçenin gücünü arttıran başka sebepler; *niteleyen* (*Qualifier*) iddianın gücünü gösteren, kesinlikle,

belki, her zaman gibi ifadeler; *çürüten* (*Rebuttal*) ise gerekçelendirilmiş iddiayı çürütebilecek istisnai koşullardır (Toulmin, 1958, s.101). Toulmin (1958) argüman modelinde bu bileşenler arasındaki ilişkiler Şekil 1’de görüldüğü gibi özetlenmiştir.



Şekil 1. Toulmin'in Argüman Şeması

Şekil 1’de verilen argüman modelinin daha iyi anlaşılabilmesi için Toulmin’in (1958) kitabında örnek olarak gösterdiği argüman şeması Şekil 2’de gösterilmektedir.



Şekil 2. Toulmin'in Argüman Örneği (Toulmin, 1958, s. 94)

Toulmin'in argüman modeli alandan bağımsız olması sebebiyle fen bilimleri, felsefe ve matematik gibi birçok alanda kullanılmıştır. Matematik alanında ilk kez Krummheuer (1995) tarafından kullanılan bu model birçok araştırmacının bireysel veya toplu (collective) argümantasyon süreçlerini kolaylıkla analiz etmesini sağlamıştır (Hollebrands, Conner ve Smith, 2010; Inglis, Mejia-Ramos ve Simpson, 2007; Giannakoulis, Mastorides, Potari ve Zachariades, 2010; Krummheuer, 2007; Moore-Russo, Conner ve Rugg, 2011; Pedemonte, 2007; Pedemonte & Reid, 2011; Yackel, 2001; Nardi, Biza ve Zachariades, 2012). Bu çalışmada sınıf tartışması ve ikili grup tartışmalarında gerçekleşen argümantasyon süreç yapılarının incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda argümanların sunumu için Toulmin'in geliştirdiği argüman modelinin kullanılmasına karar verilmiştir.

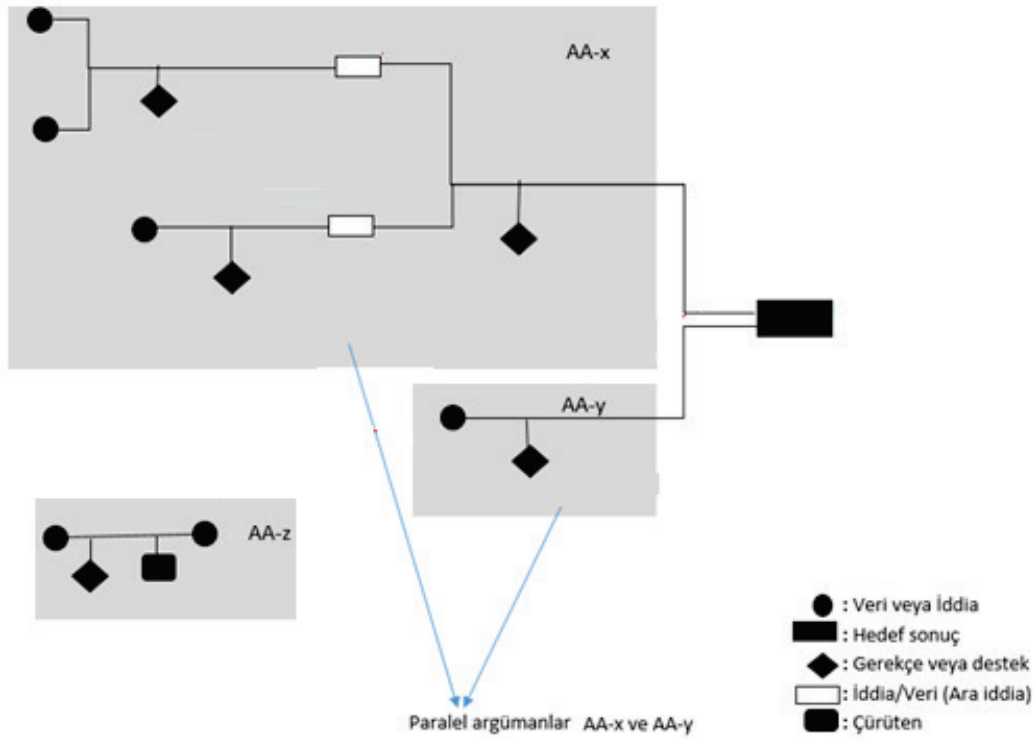
Argümantasyon Yapıları

Alanyazındaki argümantasyon çalışmalarından bir kısmında araştırmacılar argümanların çeşidine (Aberdein, 2005; Viholainen, 2011) odaklanırken bir kısmında argümanların gerekçe kısmına odaklanmışlardır (Ingliš vd., 2007; Nardi vd., 2012; Walter ve Barros, 2011). Diğer yandan kimi araştırmacılar argümantasyon sürecini daha etraflı bir biçimde incelemek ve çıkarımlarda bulunmak için argümanların birbiriyle ilişkilerini gösteren yapıların incelenmesini önermişlerdir (Knipping, 2008; Walter ve Barros, 2011). İspat konusunda yapılan bir çalışmada Knipping (2008) Toulmin'in argümantasyon modelini genişletmeyi amaçlamış (Reid ve Knipping, 2010), öğrencilerin argümantasyon yapılarını global ve lokal ölçekte incelemiştir. Knipping (2008) argümantasyon yapılarını incelemenin, ispatı öğretme ve ispat yapma sürecindeki karmaşıklığı anlayabilmek için faydalı olacağını savunmuştur. Argümanların gerekçelerine odaklanarak ayrı ayrı incelenmesi anlamına gelen lokal argümantasyon analizi (Knipping, 2008) bu çalışmanın kapsamının dışındadır. Bu araştırmada Knipping'in (2008) ileri sürdüğü global argümantasyon yapısı analizi temel alınmıştır.

Global argümantasyon yapısı analizi, birbiriyle ilişkili argümanların yapısının bir bütün olarak (anatomik) incelenmesi olarak tanımlanmıştır (Knipping, 2008). Argümantasyon sırasında ileri sürülen argümanların bazılarının iddiası, sonradan ileri sürülen argümanlarda veri olarak kullanılabilmekte, böylelikle birbiriyle ilişkili argümantasyon akışları [AA] oluşmaktadır (Reid ve Knipping, 2010). Reid ve Knipping'e (2010) göre bu argümantasyon akışları genellikle doğrusal olarak devam etmemekte, dolayısıyla argümantasyon yapıları daha karmaşık ve analizi zor bir hal almaktadır. Knipping (2008) bu durumdan yola çıkarak araştırmacıların karmaşık argüman ilişkilerini analiz etmesini kolaylaştıracak bir analiz yöntemi (Global Argümantasyon Analizi) önermiş ve global argümantasyon yapılarının incelenmesine yönelik daha fazla çalışma yapılmasını tavsiye etmiştir.

Global Argümantasyon

Ortaokul matematik öğretmen adaylarının global argümantasyon yapılarını belirlemek için Knipping (2008) ve Reid ve Knipping (2010) tarafından hazırlanmış teorik çerçeve kullanılmıştır. Bu çerçevede sınıf içi tartışma süreci bir ağ gibi şemaya dökülerek sınıflandırılmakta ve bu genel yapılar global argümantasyon yapısı olarak adlandırılmaktadır. Alanyazında *kaynak-yapı* (*source-structure*), *rezervuar-yapı* (*reservoir-structure*), *spiral-yapı* (*spiral-structure*) ve *toplanma-yapı* (*gathering-structure*) olmak üzere dört çeşit global argümantasyon yapısından bahsedilmektedir. Bu yapılar için örnek şemalar Knipping (2008) ve Reid ve Knipping'in (2010) çalışmalarında sunulmuştur. Bu yapıların özelliklerini daha iyi anlamak için argümantasyon basamakları, argümantasyon akışı ve paralel argümanlar kavramlarının tanımlanması faydalı olacaktır. Alanyazında veri, iddia ve gerekçe bileşenlerini içeren her bir ayrı ifadeye argüman/argümantasyon basamağı denmektedir (Knipping, 2008). Argümantasyon akışı ise hedef iddianın gerekçelendirildiği/savunulduğu bir dizi argümantasyon basamağı olarak tanımlanmıştır (Knipping, 2008). Nitekim bu çalışmada bir hedef iddiayı savunan birbirine bağlı argümantasyon basamaklarından oluşan yapı, argümantasyon akışı (AA) olarak tanımlanmıştır. Son olarak argümantasyon akışı içinde aynı sonucu (iddiayı) savunan farklı argümanlar paralel argümanlar olarak tanımlanmıştır (Knipping, 2008). Bu tip argümanlar, aynı sonuç için farklı argümanlar üretildiği zaman veya farklı gerekçeler sunulduğu zaman ortaya çıkmaktadır. Paralel argümanlardan birisi veya hepsi argüman akışı şeklinde de olabilmektedir. Yani birbirine paralel olan argümantasyon akışlarına da rastlanabilmektedir. Global argümantasyon yapıları için Knipping (2008) şemalı bir gösterim ileri sürmüştür. Bahsedilen bu tanımların daha açık bir şekilde sunulabilmesi için Knipping'in (2008) örnek argümantasyon akış şeması, Şekil 3'te verilmiştir.



Şekil 3. Örnek Argümantasyon Akışı ve Şema ile Gösterimi

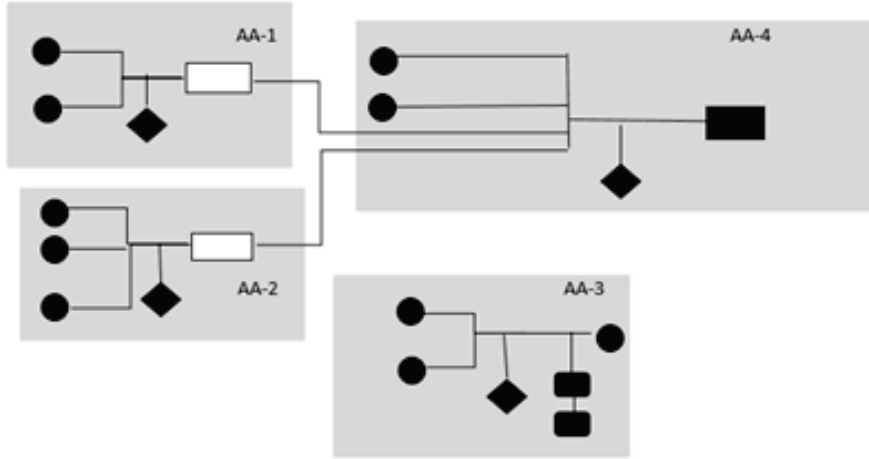
Şekil 3'te basit bir argümantasyon akışı görülmektedir. Gri büyük dörtgenlerle gösterilmiş kısımların her biri bir argümantasyon akışını (AA) göstermektedir. Veri, iddia ve gerekçe (çürüten) elemanlarını içeren her bir kısım bir argümandır. Şekil 3'te aynı hedef sonuca farklı çözümlerle ulaşan argümantasyon akışları ise paralel argümantasyon akışları olarak AA-x ve AA-y ile gösterilmiştir. AA-z çürütülmüş bir argümandır, aynı zamanda ana yapı ile ilişkisi olmayan bir argümantasyon akışıdır.

Sınıf içi tartışmalarda argümanlar birbiriyle ilişkili olabilmekte, bir argümanda iddia olan bilgi diğer argümanın verisi olarak kullanılabilen, bir argümanda birden fazla veri veya birden fazla gerekçe sunulabilmekte, hatta bazen ana iddiaya (hedef sonuç) ulaşmadan önce ara basamaklarda ara iddialar (intermediate claim) ortaya çıkabilmektedir. Bu karmaşık yapıların görsel olarak incelenmesi için global argümantasyon yapılarının oluşturulması ihtiyacı doğmaktadır. Global argümantasyon yapılarının incelenmesi, araştırmacılara sınıfta gerçekleşen argümantasyon sürecindeki büyük resmi görme şansı vermektedir. Bireyler argümantasyon sürecinde iyi yönlendirildiği takdirde zihinlerindeki kavram ilişkilerini, varsa kavram yanlışlarını açıkça tartışabilmektedirler. Alanyazında argümantasyon yapılarını inceleyen Walter ve Barros (2011), problem çözme sürecinde geliştirilen argüman yapılarının incelenmesi ile öğrencilerin problem durumunu anlama süreçleri ve muhakeme becerilerine ilişkin önemli bilgiler elde edileceğini savunmuştur. Dolayısıyla gelecekte sınıflarında argümantasyonu yönetecek olan öğretmen adaylarının argümantasyon yapılarının incelenmesiyle onların matematiksel düşünme ve muhakeme becerileri (Kosko vd., 2014; Walter ve Barros, 2011) hakkında önemli bilgiler edinileceği sonucuna varılabilir. Sonuç olarak bu çalışmada ortaokul matematik öğretmen adaylarının global argümantasyon yapılarının incelenerek onların matematiksel düşünme ve muhakeme becerilerine yönelik bilgi elde edilmiştir.

Global Argümantasyon Yapıları

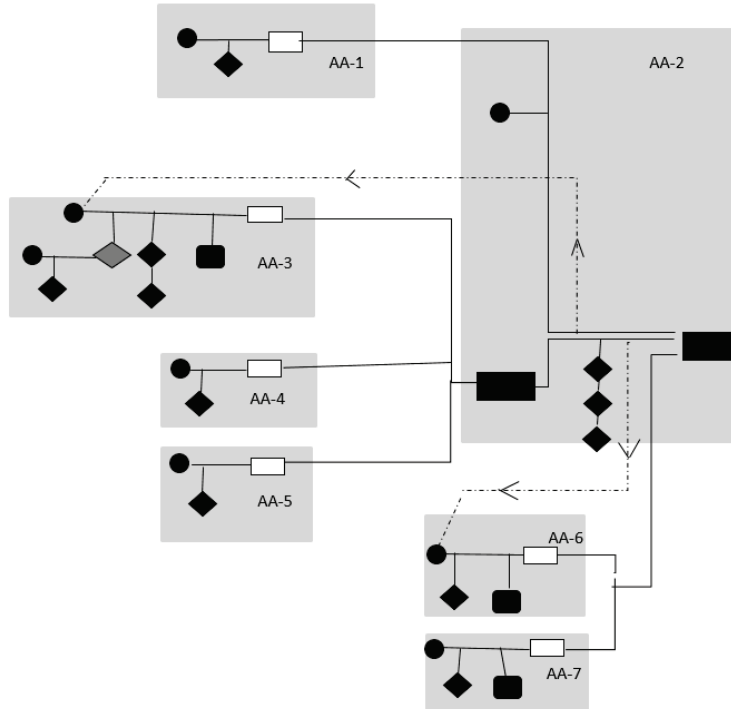
Kaynak-yapı (Source-structure): Bu yapıda fikirler ve argümanlar farklı kaynaklardan çıkararak sunulmaktadır. Reid ve Knipping (2010) bu yapıyı farklı akarsu kaynaklarından çıkan derelerin birleşerek nehirleri oluşturması örneği ile açıklamışlardır. Bu yapının diğer ayırt edici özellikleri: ana

yapı ile bağlantılı olmayan argümantasyon akışlarının (Şekil 4'te argümantasyon akışı-3, AA-3) olması, aynı iddiayı savunan paralel argümanların mevcudiyeti (Şekil 4'te AA-1 ve AA-2), birden fazla veriye sahip argümantasyon basamaklarının (Şekil 4'te AA-1, AA-2 ve AA-3) bulunması ve çürüten bileşenlerin (Şekil 4'te AA-3) bulunmasıdır (Reid ve Knipping, 2010). Bunların yanında, tartışmanın başlarında birçok argümanın değerlendirildiği ve bu argümanların birleşerek bir hedef sonuca ulaştığı, huni etkisi [funneling effect] olarak tanımlanan, kabaca huni şekline benzeyen şemalar bu yapıda belirgin olarak görülmektedir (Reid ve Knipping, 2010). Şekil 4'te görüldüğü gibi bazı durumlarda ilk argümanda iddia olan bileşen daha sonraki argümanda veri olarak kullanılabilir. Knipping (2008) bu tür iddia/veri bileşenlerini içi boş dikdörtgen ile göstermiştir (bkz. Şekil 4, AA-1 ve AA-2).



Şekil 4. Kaynak-Yapı İçin Bu Çalışmada Ortaya Çıkan Örnek Şema

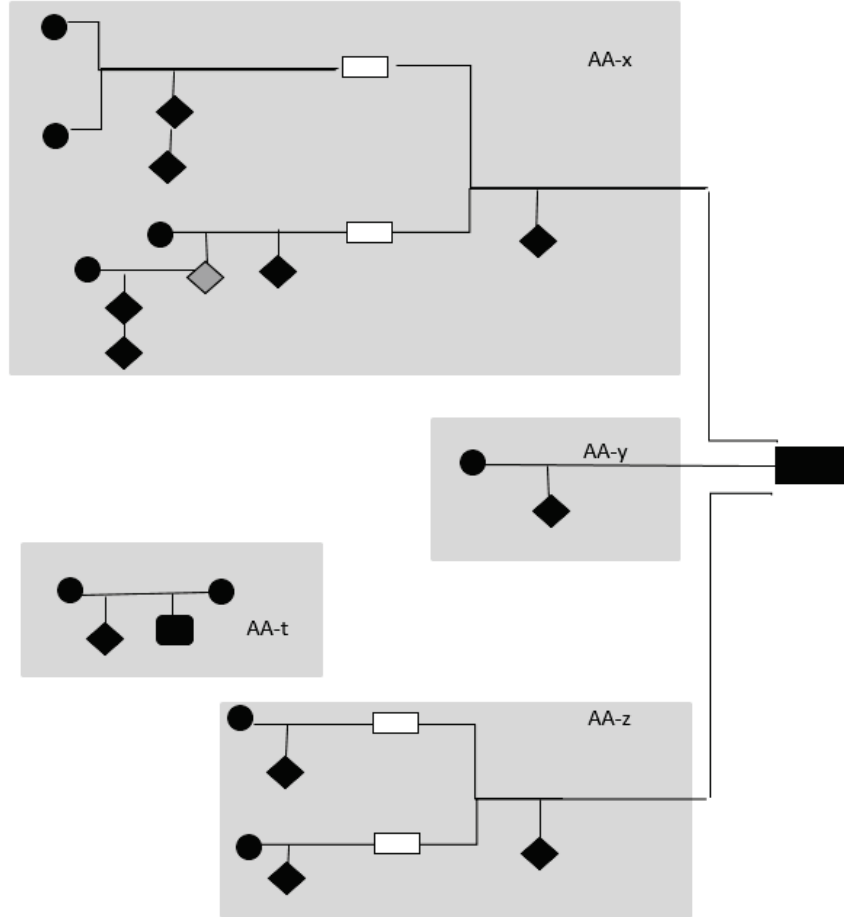
Rezervuar-yapı (Reservoir-structure): Knipping'in (2008) tanımladığı bu yapıda ayrı ayrı kendi kendine yeten ara sonuçlar/iddialar bulunmaktadır. Bu ara iddialar bir sonraki aşamaya geçmeden suyu tutan ve arındıran rezervuarlara benzetilmiştir (Reid ve Knipping, 2010). Şekil 5'te bu çalışmada elde edilmiş olan rezervuar-yapı örneği şema ile gösterilmiştir.



Şekil 5. Rezervuar-Yapı İçin Bu Çalışmada Ortaya Çıkan Örnek Şema

Rezervuar yapının, en önemli ayırt edici özelliği argümanlara daha fazla veri ile destek sağlamak amacıyla muhakemenin tartışma sürecinde ara ara geriye doğru gitmesi ve sonra ileriye doğru devam etmesidir. Şekil 5'te oklar ile yönü gösterilmiş kesik çizgili doğrular muhakemenin geriye doğru gittiği aşamaları göstermektedir. AA-1'den sonra AA-2'ye geçilmiş fakat hedef sonuca ulaşmadan önce AA-3'e gidilerek daha detaylı çıkarımlar yapılmıştır. Benzer şekilde AA-4 ve AA-5 ten sonra AA-2 ile hedef sonuca doğru giderken geriye dönmüş, AA-6 ile ileri çıkarım yapılarak AA-7'ye geçilmiş ve sonrasında AA-2 ye geçilerek hedef sonuca ulaşılmıştır. Yeteri kadar destek sağlandıktan sonra ileri çıkarımlarla hedef sonuca ulaşılmaktadır (Reid ve Knipping, 2010). Diğer yapılarla karşılaştırıldığında bu yapıda süreç daha çok derinlemesine tartışma içermektedir. Çünkü katılımcılar argümanlarını tekrar tekrar değerlendirmekte ve geriye dönüp argümanlarına tekrar ek açıklama getirmektedir.

Spiral-yapı (Spiral-structure): Spiral yapı, kaynak yapı ile benzer özellikler göstermesine rağmen Reid ve Knipping (2010) bu iki yapının paralel argümanların şemadaki konumu incelenerek ayırt edilebileceğini söylemiştir. Kaynak yapıda paralel argümanlar tartışma sürecinin başlarında yer alırken spiral-yapıda paralel argümantasyon akışları tartışmanın en sonundadır (Reid ve Knipping, 2010). Nitekim paralel olarak varılan sonuç kaynak yapıda 'iddia/veri' bileşeni iken, spiral-yapıda 'hedef sonuç' bileşenidir. Şekil 6'da bu çalışmada ortaya çıkan spiral-yapı örneği şema ile gösterilmiştir.

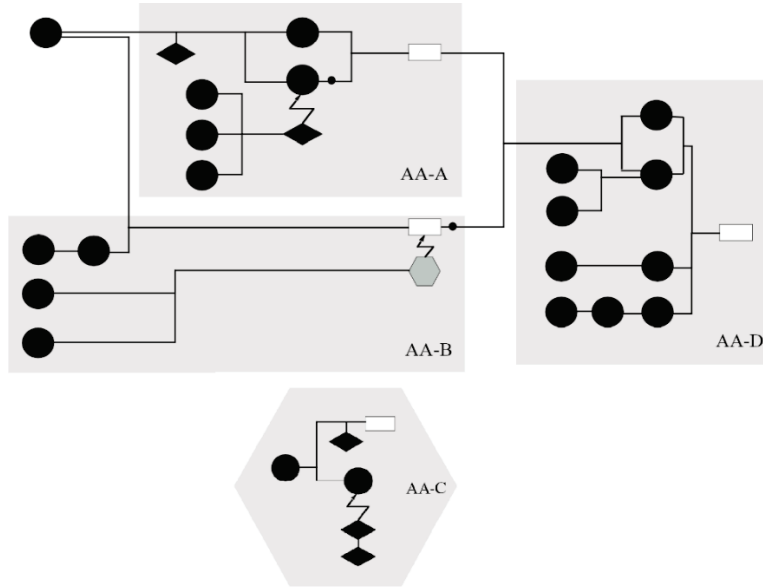


Şekil 6. Spiral-Yapı İçin Bu Çalışmada Ortaya Çıkan Örnek Şema

Spiral yapının özelliği olan paralel yapılar Şekil 6'da AA-x, AA-y ve AA-z ile gösterilmiştir. Bu argümanların her biri şemada siyah dikdörtgen ile gösterilen bir hedef sonuca ulaşmaktadır ve birbirlerine paralel bir görüntü oluşturmaktadırlar. AA-t ise diğer argümanlardan bağımsız ve sonuca ulaşmayan bir argüman olduğundan ayrı olarak gösterilmiştir. Spiral yapıda da görüldüğü gibi tüm

yapılarda AA-t gibi genel yapıdan kopuk argümanlar yer alabilmektedir. Bu argümanlar genel anlamda spiral yapı özelliğini bozmamaktadır.

Toplanma-yapı (Gathering-structure): Bu yapıda birbiriyle ilişkili birkaç sonucu/iddiayı desteklemek üzere çok miktarda veri toplanmaktadır. Tartışma devam ederken yeni veriler argüman akışlarına eklenmektedir. Yani bütün verilerden ilk etapta bahsedilmemekte, tartışma devam ettikçe yeni veriler ortaya çıkmaktadır. Toplanma-yapıda paralel argümanlar bulunmamakta ve argüman akışları ana yapıyla bağlantısız olarak devam etmektedir. Bu özellikler toplanma-yapıyı, kaynak-yapı ve spiral-yapıdan ayırmaktadır. Bunun yanında, toplanma-yapıda rezervuar-yapıda gözlemlenen muhakemenin geriye dönüp tekrar ileriye doğru devam ettiği süreçler bulunmamaktadır. Şekil 7’de toplanma-yapı için Reid ve Knipping’in (2010) çalışmasından bir örnek şema ile gösterilmektedir.



Şekil 7. Reid ve Knipping'in (2010, s. 190) Çalışmasından Alınan Örnek Toplanma-Yapı Şeması

Şekil 7’de verilen örnek şemada argüman akışlarında (AA-A, AA-B ve AA-D) oldukça çok verinin kullanıldığı yani verilerin toplandığı göze çarpmaktadır. Bunun yanında gerekçesi açıkça belirtilmemiş argümanların bulunduğu görülmektedir. Argüman akışı B’nin (AA-B) içinde yer alan altgen şekli bir çürüteni temsil etmekte ve argüman akışı C’de (AA-C) bu çürütenin detayı gösterilmektedir. Bu yapıda bazı argüman bileşenleri birden çok olduğunda toplu görünüm sergilemektedir. Bu toplu görünümeler toplanma yapısını diğer yapılardan ayıran özelliktir.

Yöntem

Bu çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Durum çalışması, program, kurum, kişi, süreç veya sosyal birim gibi sınırlı bir olgunun yoğun ve bütünsel olarak açıklanması ve analiz edilmesi olarak tanımlanmıştır (Merriam, 2009). Katılımcıların argümantasyon sürecinin bütünsel olarak incelenmesi söz konusu olduğundan bu yöntemin kullanılmasına karar verilmiştir.

Uygulama, öğretmen adaylarının dört geometri problemini çözdüğü argümantasyon süreci ile sınırlıdır. Bu bağlamda ortaokul matematik öğretmen adaylarının bahsedilen ortamda gerçekleştirdiği global argümantasyon yapıları derinlemesine incelenmiştir.

Araştırma Grubu

Araştırma grubu belli aşamalardan geçildikten sonra belirlenmiştir. Öncelikle uygulama ortamına ve uygulanacak geometri problemlerine karar vermek üzere 6 gönüllü öğretmen adayı ile pilot uygulama gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışmada, argümanlar üretilebilecek geometri problemlerini belirlemek, her bir uygulama için gerekli süreleri ve bu uygulamalarda kaç geometri probleminin

çözülebileceğini belirlemek, geometri problemlerindeki ifadelerin açık ve net olup olmadığını değerlendirmek, uygulama süresince karşılaşılabilecek güçlükleri belirlemek ve argümantasyonun etkili bir biçimde uygulanabilmesi için kaç kişilik gruplarla çalışılabileceğine karar vermesi amaçlanmıştır. Pilot çalışmanın ilk uygulamasında dört geometri problemi hazırlanmıştır. Fakat katılımcıların son iki geometri problemini tartışırken yoruldukları, argüman üretmekte zorlandıkları ve argümantasyon sürecinin etkili devam etmediği gözlemlenmiştir. Bu nedenle ana uygulamada iki geometri probleminin bir uygulamada yeterli olacağı sonucuna varılmıştır. Diğer yandan oluşturulacak küçük gruplardaki kişi sayısını belirlemek için pilot uygulamada iki kişilik ve üç kişilik gruplarla çalışılmıştır. Üç kişilik gruplarda bir katılımcının sessiz kaldığı ve diğer iki arkadaşının tartışmayı gerçekleştirdiği durumlarla karşılaşmıştır. Dolayısıyla ana çalışmada küçük grupların iki kişiden oluşturulmasına karar verilmiştir. Video analizi sonuçlarına göre ikili tartışmalara yeteri kadar süre ayrılmadığında katılımcıların kendi çözümleri üzerinde hala düşünmesi sebebiyle sınıf tartışmasına katılımlarının azaldığı gözlemlenmiştir. Dolayısıyla ana çalışmada ikili grup tartışmalarına daha fazla süre verilmesine karar verilmiştir. Bir diğer önemli sonuca göre uygulama sonrası gerçekleştirilecek görüşmelerde araya zaman girdiğinde katılımcıların argümantasyon sürecine ait bazı detayları unuttukları fark edilmiştir. Bu nedenle uygulamanın hemen ertesi günü görüşme yapması ve görüşme öncesi uygulama videosunun üzerinden hızlıca geçilerek katılımcıya yapılanları hatırlatmaya karar verilmiştir. Son olarak hazırlanan geometri problemleri katılımcıların farklı çözüm yolları kullanarak birçok argüman üretmesine olanak sağladığından dolayı içerik olarak (üçgen ve çember) sorularda değişiklik yapılmamıştır.

Pilot uygulamanın sonuçları dikkate alınarak ana uygulama için Ankara'daki bir devlet üniversitesinin ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünde okuyan dördüncü sınıf öğrencileri arasından 8 ortaokul matematik öğretmen adayı, amaçlı örneklem yöntemiyle seçilmiştir. Argümantasyon uygulamasının verimli olması amacıyla bu çalışma için konuşkan, hevesli, utangaç olmayan, fikirlerini açıkça ifade edebilen, eleştiri yapabilen, argüman sunabilen katılımcılar seçilmiştir. Aşağıdaki tabloda ikişerli grup olarak çalışan katılımcıların takma isimleri, cinsiyetleri ve sınıf bilgileri verilmiştir.

Tablo 1. Katılımcılara Ait Bilgiler

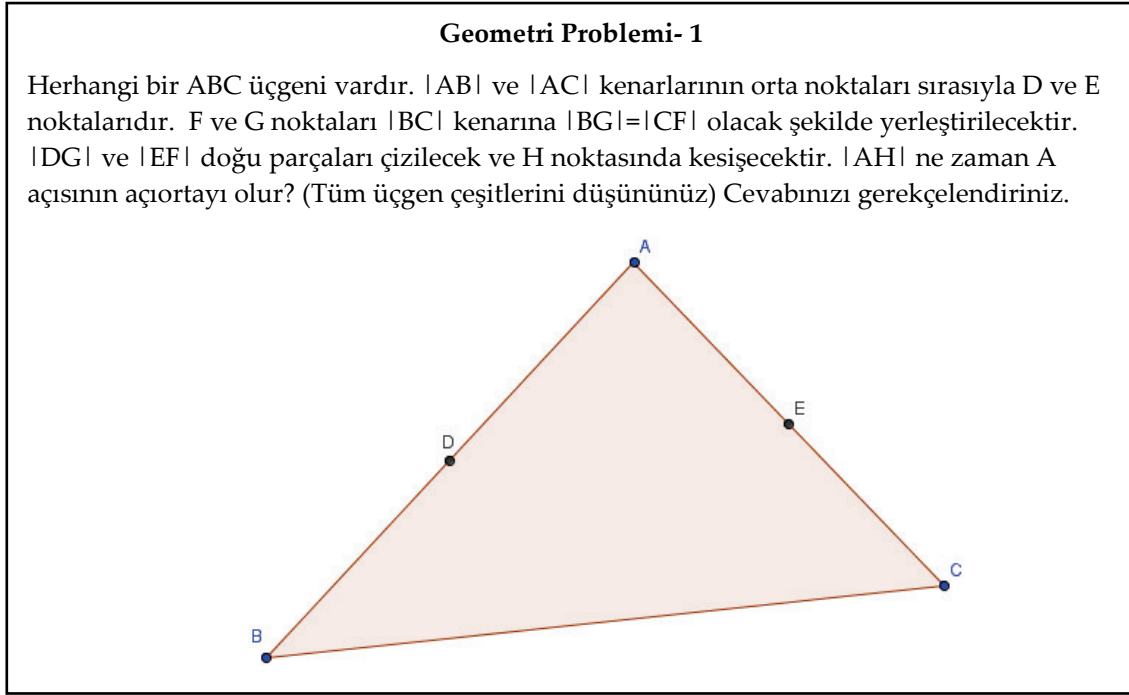
	Takma İsimler	Cinsiyet	Sınıf
Grup 1	Beren	Kız	4
	Özer	Erkek	4
Grup 2	Gözde	Kız	4
	Umut	Kız	4
Grup 3	Bahar	Kız	4
	Güler	Kız	4
Grup 4	İnci	Kız	4
	Pelin	Kız	4

Veri Toplama Araçları

Çalışmanın veri toplama araçları geometri problemlerinden oluşan envanter ve görüşme sorularıdır. Bu çalışmada ikisi üçgenler, ikisi çember ve daire konusunda hazırlanmış dört geometri problemi (GP1, GP2, GP3, GP4) kullanılmıştır. Alanyazında tek problem kullanılarak yapılan durum çalışmaları bulunmasına rağmen bu çalışmada öğretmen adaylarının geometri problemleri çözerken kullandıkları global argümantasyon yapıları hakkında bir yönelim oluşturma adına birden fazla geometri problemi kullanılmasına karar verilmiştir. Çalışma bağlamında üçgenler ve çemberler konuları seçilmiş ve her bir konu için iki geometri problemi hazırlanmıştır. Bu geometri problemlerinin kullanılması için gerekli izinler alınmış, daha sonra bu problemler çalışmanın amacına uygun olarak adapte edilmiştir. Sonuç olarak argümantasyon sürecinin etkili olması için problemler katılımcıları

argüman üretmeye, çoklu çözüm yolu sunmaya ve gerekçelendirme yapmaya yöneltecek şekilde tasarlanmıştır. Birden fazla çözüm yolu içermesi katılımcıların farklı yaklaşımlarla çeşitli argümanları sürmesini desteklemektedir. Bunun yanında geometri problemlerine 'Cevabınızı gerekçelendiriniz, ...Nedenini açıklayınız, Neden böyle bir ilişki olduğunu açıklayınız' gibi ifadeler eklenerek katılımcıların fikirleri üzerinde sorgulama yapması ve gerekçe sunması teşvik edilmiştir. Geometri problemlerine ilişkin detaylar aşağıda verilmiştir.

Birinci geometri problemi (GP1), Ceylan'ın (2012) yüksek lisans tezinden alınmıştır (bkz. Şekil 8). Bu problemin çözümü, hipotez kurma ve varsayımları test etme gibi argümantasyon süreci için önemli olan becerileri gerektirmektedir. Problem, çalışma kağıdında aşağıdaki gibi verilmiştir.



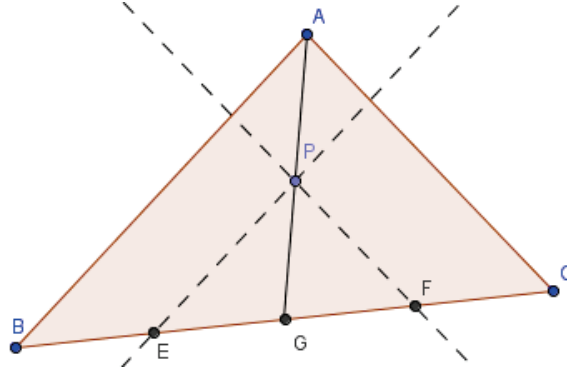
Şekil 8. Birinci Geometri Problemi (GP1)

İkinci geometri problemi (GP2) ise Iranzo-Doménech'in (2009) doktora çalışmasından alınarak adapte edilmiştir (bkz. Şekil 9). Bu problem argüman üretmeyi teşvik eden bir yapıya sahip olması sebebiyle çalışmaya dahil edilmiş ve argümanlara gerekçe sunmayı teşvik edecek şekilde düzenlenmiştir.

Geometri Problemi- 2

P noktası, herhangi bir ABC üçgeninin A köşesinden çizilen kenarortay $|AG|$ üzerinde olsun. P noktasından geçen ve üçgenin kenarlarına paralel olan iki doğru, şekildeki gibi çizilmiştir.

1. $|EG|$ ve $|GF|$ uzunlukları arasındaki ilişki nedir? Neden böyle bir ilişki olduğunu gösteriniz, cevabınızı açıklayınız.
2. Eğer ABC üçgeni ikizkenar veya eşkenar üçgen olsaydı $|EG|$ ve $|GF|$ uzunlukları arasındaki ilişki nasıl olurdu? Nedenini açıklayınız.



3. $|BE|=|EF|=|FC|$ olması için P noktasının konumu nerede olmalıdır? Aynı koşulu sağlamak şartıyla özel üçgenlerde P noktasının yeri neresi olurdu? Cevabınızı gerekçelendiriniz.

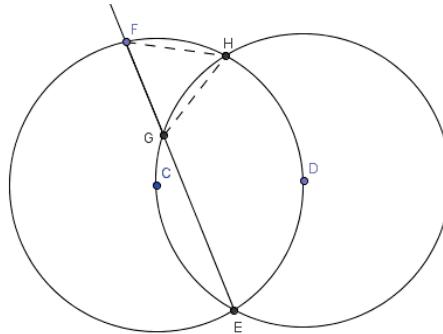
Şekil 9. İkinci Geometri Problemi (GP2)

Üçüncü geometri problemi (bkz. Şekil 10) ve dördüncü geometri problemi (bkz. Şekil 11) ise Posamentier ve Salkind (1988) tarafından yazılmış 'Challenging Problems in Geometry [Geometride Zorlu Problemler]' isimli kitaptan alınarak yine katılımcıların argümanlarına gerekçe sunmasını teşvik edecek şekilde adapte edilmiştir.

Geometri Problemi- 3

Birbirinin merkezinden geçen C ve D merkezli iki çember şekildeki gibi çizilmiştir. E noktasından çizilen doğru çemberleri F ve G noktalarında kesmektedir.

1. $|FG|=6$ br ise FGH üçgeninin alanı kaç birim karedir? Cevabınızı gerekçelendiriniz.



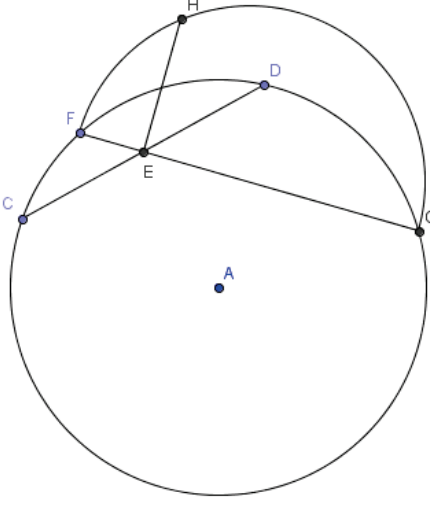
2. Eğer çemberin yarıçapı r ise FGH üçgenin alanının olabileceği maksimum ve minimum değerleri bulunuz. Cevabınızı gerekçelendiriniz.

Şekil 10. Üçüncü Geometri Problemi (GP3)

Geometri Problemi- 4

$|FG|$ kirişi $|CD|$ kirişinin orta noktasından geçmektedir. Çapı $|FG|$ olan bir yarıçember şekildeki gibi çizilmiştir. $|EH|$ doğru parçası $|FG|$ çapına diktir ve yarıçemberi H noktasında kesmektedir.

1. $|EH|=|CE|$ olduğunu ispatlayınız ve cevabınızı gerekçelendiriniz.



2. FEG kirişinin büyük çemberin çapı olması durumunda veya $|CD|$ ile çakışması durumunda bu eşitliğin geçerli olup olmadığını gösteriniz.

Şekil 11. Dördüncü Geometri Problemi (GP4)

Argümantasyon sürecinde bazı argüman bileşenleri katılımcılar tarafından açıkça belirtilmemiş, bazı kısımlar da eksik olarak belirtilmiştir. Tartışma sürecinde eksik kalan durumları netleştirmek amacıyla uygulamalardan sonra seçilen bir grup ile görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Böylece tartışma sürecinde eksik kalan argüman bileşenleri ortaya çıkarılmış ve katılımcıların daha fazla açıklama yapması sağlanmıştır. Örneğin dördüncü geometri problemini çözerken bir grup ikinci soruyu (bkz. Şekil 11) kendi aralarında tartışmamıştır. Bunun üzerine araştırmacı görüşmede onların bu sorunun cevabını tartışmalarını ve cevaplarını gerekçelendirmelerini istemiştir. Ayrıca katılımcılara 'Burada olduğunu söylemişsiniz. Bunu neye dayanarak söylediniz? Bunun için gerekçe sunabilir misiniz? Bu fikrinizi çürütebilecek bir şey var mı? Sizce bu her koşulda doğru mudur?' gibi sorular sorularak net olmayan argüman bileşenlerinin tamamlanmaları sağlanmıştır.

Veri Toplama Süreci

Araştırmacılarından biri, uygulamayı sekiz katılımcı ile ders saatleri dışında kendileri için ayarlanan bir sınıf ortamında gerçekleştirmiştir. Uygulamada her bir gruba farklı çözüm yolları üretebilecekleri ve cevaplarını gerekçelendirebilecekleri yukarıda da detayları verilen geometri problemleri verilmiştir. Yaklaşık üçer saat süren 2 uygulama iki farklı günde gerçekleştirilmiştir. İlk uygulamada üçgen problemleri, sonraki hafta gerçekleşen ikinci uygulamada ise çember ve daire problemleri katılımcılar tarafından çözülmüştür. Uygulamalar kamera ve ses kayıt cihazları ile kaydedilmiştir.

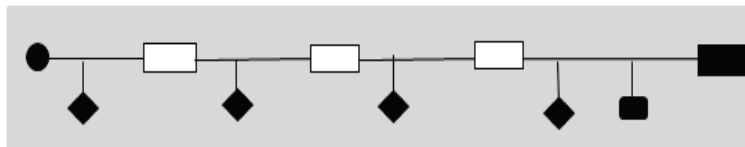
Uygulamanın başında her bir gruba birinci geometri problemi (GP1) için hazırlanan çalışma kağıdından birer tane verilmiştir. Ardından katılımcıların Tablo 1'de gösterilen iki kişilik gruplar halinde problemi sesli düşünerek tartışmaları sağlanmıştır. Bu süreçte katılımcılar, farklı çözüm yolları bulmaları, fikirlerini grup çalışmasında grup arkadaşları ile genel tartışmada diğer gruplarla sürekli tartışmaları, uygulamadaki tartışmaları takip etmeleri ve arkadaşlarının fikirlerini değerlendirmeleri

yönünde teşvik edilmiştir. Bu sırada araştırmacı sınıfta dolaşarak grupların çalışmalarını gözlemlemiş, gerektiği yerde katılımcıların sorularına yönlendirme yapmadan yanıt vermiştir. Ayrıca araştırmacı katılımcıların takıldıkları noktalarda ipucu vererek tartışmanın devam etmesini sağlamıştır. Grup tartışmaları bittikten sonra gönüllü gruplardan başlanarak bütün grupların çözümlerini tahtada sınıf tartışması yaparak paylaşımları sağlanmıştır. Sınıf tartışmasında her katılımcı çözüme müdahale etme ve çözümün herhangi bir yerini sorgulama hakkına sahiptir. Bu aşamada araştırmacı, sunulan argümanların gerekçelendirilmesini sağlamak amacıyla, gerekli yerlerde katılımcılara ‘Neden öyle yaptın?, O kısmı biraz daha açar mısın?, Bunu neye dayanarak söylüyorsun?, Bu kısmı nasıl yaptığını açıklar mısın?’ gibi sorular sormuştur. Bütün gruplar farklı çözümlerini sınıfla paylaştıktan sonra araştırmacı argümantasyon sürecini sonlandırmıştır. Birinci geometri problemi (GP1) bu şekilde çözüldükten sonra gruplara dağıtılan çalışma kağıtları toplanmış, yine aynı şekilde çözmeleri için ikinci geometri problemini (GP2) içeren çalışma kağıtları gruplara dağıtılmıştır. Uygulama bittikten sonra araştırmacı bir odak grup seçmiş, odak grubun grup çalışması kayıtlarını ve sınıf tartışması video kayıtlarını izlemiştir. Bu aşamada araştırmacı geliştirilen argümanlarda söylenmeyen veya yeteri kadar açık ifade edilmemiş olan argüman bileşenlerini (veri, iddia, gerekçe) belirlemiş ve bu bileşenleri detaylandırmak üzere görüşme soruları hazırlamıştır. Uygulamadan bir gün sonra seçilen odak grup ile görüşme yapılmış ve bu görüşmeler de kamera ve ses kayıt cihazı ile kaydedilmiştir. İkinci hafta uygulaması da anlatılan bu süreç ile aynı şekilde gerçekleştirilmiş, GP3 ve GP4 sırayla katılımcılara çözdürülmüştür.

Veri Analizi

Veri analizi yapabilmek için öncelikle argümantasyon sürecinde katılımcıların ileri sürdüğü argümanların belirlenmesi gerekmektedir. Toulmin’in (1958) argüman modeli bu argümanları belirlemek ve şema ile göstermek amacıyla kullanılmıştır. Fakat argümanları ve bileşenlerini (veri, iddia, gerekçe) güvenilir ve geçerli bir şekilde belirlemek için kodlayıcılar arası güvenilirlik çalışması yapılmıştır. Kodlayıcılar matematik eğitimi alanında uzman iki araştırmacıdır. Öncelikle verilerin %25’i rasgele seçilerek hem araştırmacı hem de kodlayıcılar tarafından ayrı ayrı analiz edilerek argümanlar ve bileşenler belirlenmiştir. Daha sonra araştırmacı ve iki kodlayıcı bir araya gelip bütün argümanlarda anlaşana kadar birbirleriyle tartışmış ve geri kalan analiz için argüman bileşenlerinin özelliklerini belirlemişlerdir. Böylece güvenilirlik çalışması yapılmıştır. Argümanlar belirlendikten sonra, Knipping’in (2008) ve Reid ve Knipping’in (2010) ileri sürdüğü global argümantasyon yapıları kullanarak katılımcıların global argümantasyon yapıları her bir geometri problemi için oluşturulmuştur. Argümanlarla ilgili detaylı tasvir (thick description) yapılmıştır. Bunun yanında gözlem kayıtları, görüşme kayıtları ve katılımcıların uygulama sürecinde tuttıkları notlar birlikte incelenerek üçgenleme (triangulation) yapılmıştır. Sonuç olarak beş farklı global argümantasyon yapısı gözlemlenmiştir. Bunların üçü literatür kısmında detaylı olarak bahsedilen kaynak-yapı, rezervuar-yapı ve spiral-yapıdır. Kalan iki yapı ise literatürde bulunmayıp bu çalışmada ortaya çıkan çizgi/hat-yapı ve bağımsız argümanlar-yapılarıdır. Bu yeni yapıların detayı aşağıda açıklanmıştır.

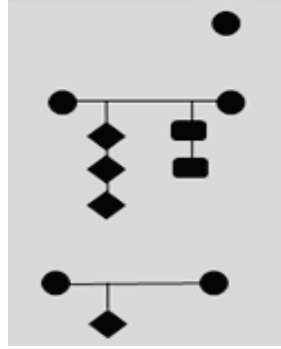
Çizgi/Hat-yapı (Line-structure): Bu çalışmada elde edilen global argümantasyon yapılarından bazıları teorik çerçevedeki yapıların hiçbirine uymamıştır. Bu nedenle, araştırmacılar veri analizinde ortaya çıkan bu yeni yapılara isim vermiştir. Bunlardan birisi çizgi/hat-yapıdır.



Şekil 12. Çizgi/Hat-Yapı İçin Bu Çalışmada Ortaya Çıkan Örnek Şema

Bu yapının özelliği Şekil 12’de de görüldüğü gibi argümanların bir çizgi gibi art arda sıralanarak hedef sonuca ulaşmasıdır. Argümanların birbirine bağlantısı iddia/veri bileşenleri ile sağlanmaktadır. Çizgi/hat yapıyı kaynak-yapı ve spiral-yapıdan ayıran önemli özelliklerden birisi de paralel argümanların bulunmamasıdır. Ayrıca çizgi/hat-yapıda rezervuar-yapıda gözlemlenen muhakemenin geriye dönüp tekrar ileriye doğru devam ettiği süreçler de bulunmamaktadır.

Bağımsız argümanlar-yapısı (Independent arguments-structure): Bu çalışmada ortaya çıkan ve teorik çerçevede bulunmayan bir diğer yapı ise bağımsız argümanlar-yapısıdır. Bu yapıya örnek Şekil 13’te gösterilmiştir.



Şekil 13. Bağımsız Argümanlar-Yapısı İçin Bu Çalışmada Ortaya Çıkan Örnek Şema

Bağımsız argümanlar-yapısı katılımcılar problemi çözemediği fakat akıllarına gelen fikirleri söylediği zamanlarda ortaya çıkmıştır. Bazı durumlarda kendi fikrini söyleyip çürüten katılımcılar da bağımsız argümanlar kurmuşlardır. Bunlardan başka problemin farklı aşamaları için birer argüman kurup geçen katılımcılar da bağımsız argüman oluşturmuşlardır. Sonuç olarak veri analizi birbiriyle ilişkisi olmayan ayrı ayrı argümanlar oluşturulduğunu göstermiştir. Araştırmacılar bu yeni yapıyı bağımsız argümanlar-yapısı olarak isimlendirmiştir.

Bulgular

Bu bölümde veri analizinden elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Argümantasyon sürecinde ortaya çıkan global argümantasyon yapıları ve her bir geometri probleminde hangi yapıların gözlemlendiği Tablo 2’de özetlenmiştir.

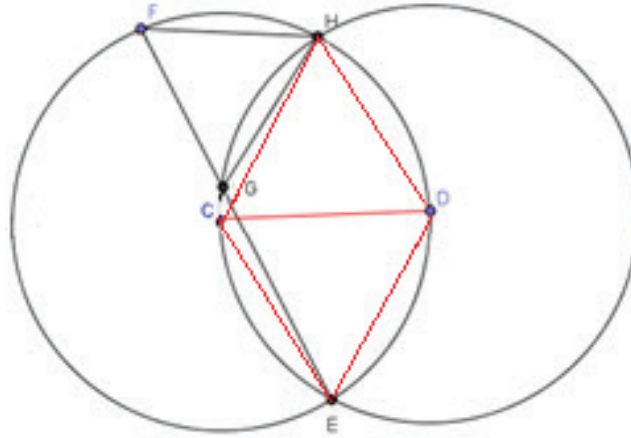
Tablo 2. Geometri Problemlerine Göre Global Argümantasyon Yapılarının Dağılımı

	Global Argümantasyon Yapıları
Geometri Problemi 1 (GP1)	1 Rezervuar-Yapı 1 Çizgi/Hat-Yapı 8 Bağımsız Argümanlar-Yapısı
Geometri Problemi 2 (GP2)	1 Kaynak-Yapı 2 Spiral-Yapı 2 Bağımsız Argümanlar-Yapısı
Geometri Problemi 3 (GP3)	1 Kaynak-Yapı 1 Rezervuar-Yapı 1 Çizgi/Hat-Yapı 6 Bağımsız Argümanlar-Yapısı
Geometri Problemi 4 (GP4)	3 Spiral-Yapı 5 Bağımsız Argümanlar-Yapısı

Tablo 2 global argümantasyon çeşitliliği açısından incelendiğinde üçgen problemlerinin çözümünde (GP1 ve GP2) üç çeşit global argümantasyon yapısının ortaya çıktığı görülmektedir. Çember problemlerinde ise GP3'te dört, GP4'te üç çeşit global argümantasyon yapısı belirlenmiştir. Bu yapıların dağılımı incelendiğinde en çok kullanılan ve bütün geometri problemlerinden ortaya çıkan global argümantasyon yapısının bağımsız argümanlar-yapısı olduğu görülmektedir. Bu çalışmada ortaya çıkan diğer yapı olan çizgi/hat-yapı ise GP1 ve GP3'te birer kez ortaya çıkmıştır. Bu yapılar hakkında daha detaylı bilgi vermek üzere her bir yapı aşağıda örneklerle açıklanmıştır.

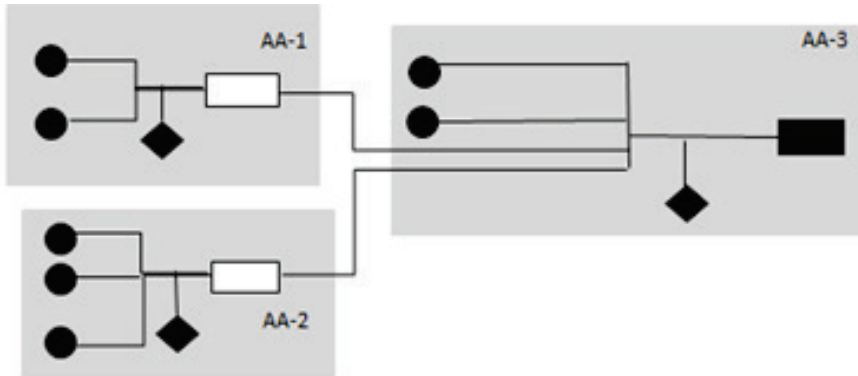
Kaynak-Yapı

Kaynak yapı, ikinci ve üçüncü geometri problemlerinde birer kez gözlemlenmiştir. GP3'te (bkz. Şekil 10) gözlenen kaynak-yapı aşağıda örnek olarak açıklanmıştır. Şekil 14'teki çizimde soruda verilenler siyah renkte, Gözde'nin ek çizimleri ise kırmızı renkte verilmiştir.



Şekil 14. GP3'ün Çizimi ve Gözde'nin Ek Çizimleri (Kırmızı Renkli Çizgiler)

Bu tartışmada ortaya çıkan global argümantasyon yapısı Şekil 15'te görülmektedir. Argümantasyon akışı şekilde 'AA' harfleri ile gösterilmiştir.



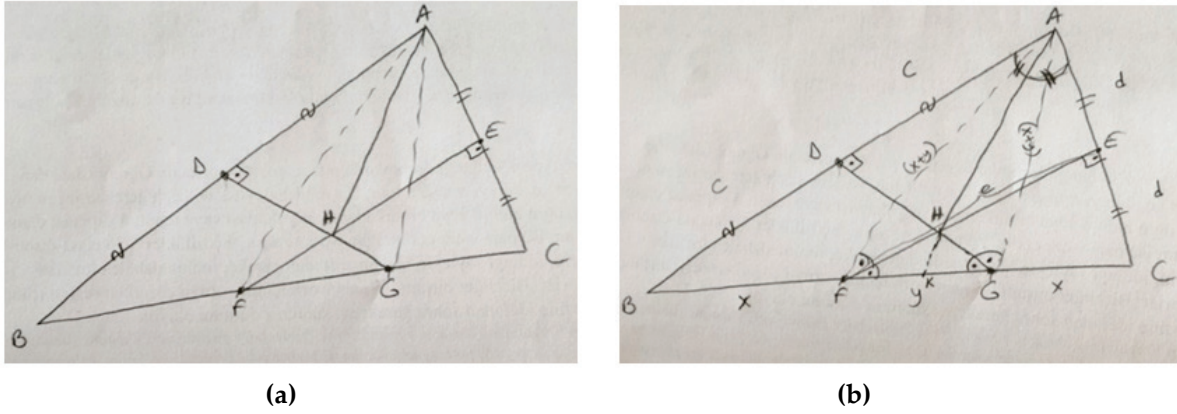
Şekil 15. Üçüncü Geometri Probleminin Çözümünde Gözlemlenen Kaynak-Yapı

AA-1'de Gözde $|CH|$, $|HD|$, $|CD|$, $|CE|$ ve $|DE|$ kirislerini çizerek HCD ve CDE üçgenlerinin eşkenar üçgen olduklarını iddia etmiştir. Bunun için gerekçe olarak çizdiği her bir kirisin çemberlerin yarıçapına eşit olduğunu söylemiştir. Daha sonra AA-2'de bu çemberde açı ve yay özelliklerini kullanarak $\angle HFG=60^\circ$ olduğunu iddia etmiştir. Gözde AA-1 ve AA-2'deki iddialarını AA-3'te veri olarak (iddia/veri) kullanmıştır. Ayrıca AA-3'te ek veri olarak ' $\angle HDE=120^\circ$, $\angle HCE=120^\circ$ ' ve 'HE yayı 240° dir' bilgilerini de kullanan Gözde FGH üçgeninin eşkenar üçgen olduğu iddiasında bulunarak alanını eşkenar üçgende alan formülünü kullanarak hesaplamıştır.

Şekil 15'teki yapı incelendiğinde, argümanların genel olarak huni şeklinde bir yapıya sahip olduğu, farklı kaynaklardan gelen bilgilerin birleşerek bir sonuca vardığı ve kaynak yapı özelliği gösterdiği görülmektedir. Paralel argümanların (AA-1 ve AA-2) da tartışmanın başlarında yer aldığı dikkate alındığında bu yapı kaynak yapıya uygun bir örnek olarak sunulmuştur.

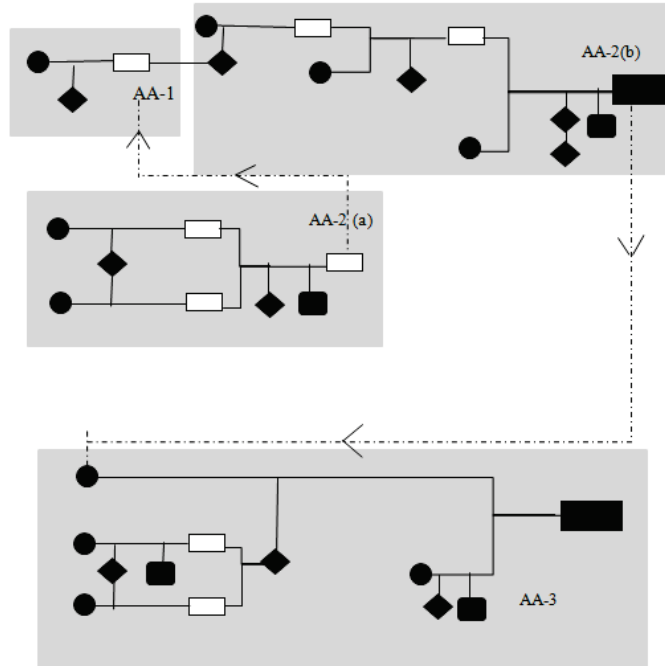
Rezervuar-Yapı

Rezervuar-yapı birinci ve üçüncü geometri problemlerinde birer kez gözlemlenmiştir. Şekil 8'de detayları verilen GP1'de gözlenen rezervuar-yapı aşağıda açıklanmıştır. Problemi çözerken Güler tahtaya herhangi bir ABC üçgeni çizdikten sonra F ve G noktalarını F solda, G sağda olacak şekilde $|BC|$ kenarına yerleştirmiştir (bkz. Şekil 16(a)). Soruda verilenlerde D ve E noktalarının sadece orta noktalar olduğu verilmiştir. Güler bu noktaları çizerken ' $|FE| \perp |AC|$ ' ve ' $|GD| \perp |AB|$ ' olduğunu varsayarak çözümüne devam etmiştir. Daha sonra $|AF|$ ve $|AG|$ ek çizimlerini yapmıştır (bkz. Şekil 16(a)). Bu arada araştırmacı bu iki çizimin ($|DG|$ ve $|FE|$) aynı anda dik olup olamayacağı sorusunu düşünmeleri için sınıfa yönelmiştir. Bu soru herkesin aklında bir soru işareti olarak kalmış ve Güler çözümüne devam etmiştir.



Şekil 16. Güler'in GP1 İçin Tahtaya Çizdiği Şekiller

Bu tartışmada ortaya çıkan global argümantasyon yapısı Şekil 17'de özetlenmiştir.



Şekil 17. Birinci Geometri Probleminin Çözümünde Gözlemlenen Rezervuar-Yapı

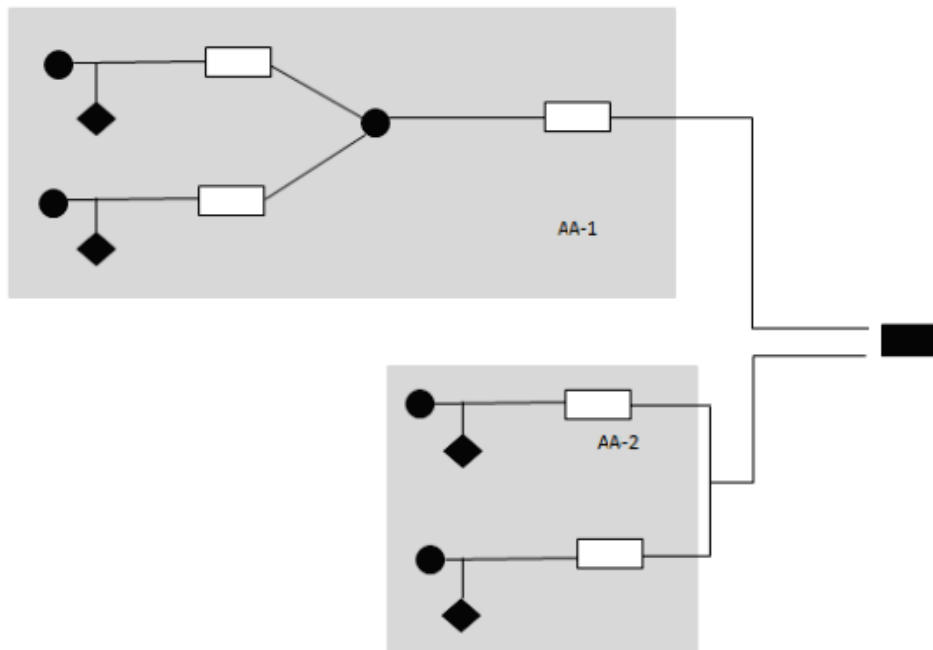
AA-1'de Güler AFC'nin ikizkenar üçgen olduğunu göstermiş, daha sonra onun özelliklerini kullanmış ve $|AF|$ 'yi 'x+y' olarak harflendirmiştir. Aynı şekilde AGB üçgenini de kullanarak $|AG|=x+y$ olarak bulmuş ve AFG üçgeninin ikizkenar üçgen olduğunu iddia etmiştir. Daha sonra AA-2(a)'da Güler yine ikizkenar üçgen özelliklerini kullanarak $|GD|$ 'nin AGF açısının açıortayı olduğunu, aynı şekilde $|FE|$ 'nin AFG açısının açıortayı olduğunu iddia etmiş, buradan yola çıkarak $|AH|$ 'ın da BAC açısının açıortayı olduğu ara sonucuna ulaşmıştır. Diğer katılımcılar $|AH|$ 'ın aslında FAG açısının açıortayı olacağını söyleyerek bu argümanı çürütmüşlerdir. Güler'in muhakemesi yeniden değerlendirmek üzere AA-1'e dönmüş, tartışma AA-2(b) ile devam etmiştir. Güler $|AH|$ 'ın uzantısını $|BC|$ kenarı ile kesiştirip bu noktayı K ile harflendirmiş, $|FK|$ ve $|KG|$ 'yi ' $y/2$ ' olarak harflendirmiştir. $|AK| \perp |BC|$ bilgisini de kullanarak ABC üçgeninde açıortay denklemini yazmıştır: $\frac{2c}{x+(\frac{y}{2})} = \frac{2d}{x+(\frac{y}{2})}$.

Bu aşamada ancak $c=d$ olursa bu denklemin sağlanacağını savunmuştur. Dolayısıyla $|AH|$ 'ın ancak ABC üçgeni ikizkenar üçgen olduğu durumlarda açıortay olabileceğini iddia etmiştir. Umut kesişen üç dikme ve üç açıortayın aynı noktada kesiştiğini ve ABC üçgeni eşkenar üçgen olursa $|AH|$ 'ın açıortay olabileceğini savunmuştur (AA-2(b)). Fakat Bahar kesişen dikmelerin üçünün aynı üçgene ait olmadığını fark etmiş ve bu argüman da çürümüş, çözümünü yeniden yapmak üzere muhakeme tekrar geriye dönmüştür. İnci tahtaya gelerek Güler'in çözümünün üzerinden tekrar geçerek ABC üçgeninin ikizkenar ve eşkenar üçgen olduğu durumlarda $|AH|$ 'ın açıortay olabileceği sonucuna varmıştır (AA-3) ve tek varsayımın en başta bahsedilen ' $|FE| \perp |AC|$ ve $|GD| \perp |AB|$ ' dikliklerinin aynı anda olması olduğunu vurgulamıştır.

Bu tartışmada ara hedef sonuçlar gözlemlenmiş ve muhakeme çürütenler yüzünden iddiaları sorgulamak üzere iki kez geriye dönmüştür. Bu nedenle bu yapının rezervuar-yapıya uygun olduğu sonucuna varılmıştır.

Spiral-Yapı

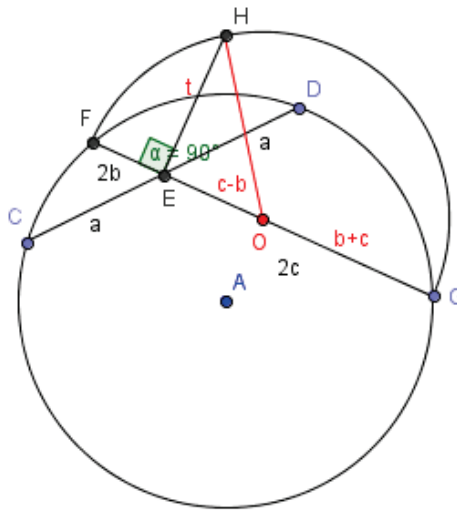
Spiral-yapı, ikinci geometri probleminde 2 kez, dördüncü geometri probleminde ise 3 kez gözlemlenmiştir. GP4'te (bkz. Şekil 11) gözlenen spiral-yapı aşağıda örnek olarak açıklanmıştır. Problemin ilk sorusunu kendi aralarında tartışan Özer ve Beren $|EH|=|CE|$ eşitliğini iki yolla göstermiş ve tartışmanın yapısı Şekil 18'deki gibi olmuştur.



Şekil 18. Dördüncü Geometri Probleminin Çözümünde Gözlemlenen Spiral-Yapı

AA-1'deki ilk argümanda Beren öncelikle $|CE|=|ED|=a$, $|FE|=2b$, $|EG|=2c$ olacak şekilde harflendirme yapmıştır (bkz. Şekil 19). Daha sonra *çemberde kesişen kirişler teoremini* gerekçe göstererek ' $|CE| \cdot |ED|=a \cdot a=2b \cdot 2c=4bc$ ' eşitliğini yazıp $|CE|$ 'nin $\sqrt{4bc}$ 'ye eşit olduğunu iddia etmiştir. Bu arada Özer aşağıdaki kırmızı renkli çizimleri yapmıştır. Özer HEO dik üçgeninde *Pisagor teoremini* uygulayarak $|EH|$ 'nin de $\sqrt{4bc}$ 'ye eşit olduğu sonucuna varmıştır. Bu iki argümanın iddiaları ' $|EH|=|CE|$ ' hedef sonucu için veri durumunda olduğundan (iddia/veri) içi boş dikdörtgen ile gösterilmiştir.

AA-2'de ilk argümanda Özer $|HF|$ ve $|HG|$ 'yi birleştirmiş ve FHG açısının yarı çemberin çapını gördüğünü fark etmiştir. Bunu gerekçe göstererek FHG açısının 90° olduğunu iddia etmiştir. İkinci argümanda Beren FHG dik üçgeninde H dan hipotenüseye inilen dikmeyi farketmiş, bu üçgende Öklid bağıntısının uygulanabileceğini söylemiştir. Daha sonra bağıntıyı yazarak $t^2=2b \cdot 2c$ yazarak $|EH|=\sqrt{4bc}$ sonucuna ulaşmıştır. Dolayısıyla ' $|EH|=|CE|$ ' sonucuna başka bir çözüm yolundan ulaşmıştır.

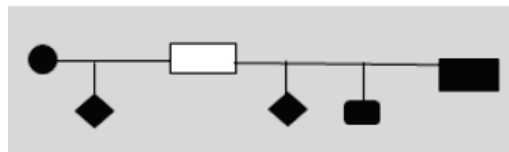


Şekil 19. Özer ve Beren'in GP4 için Şekil Üzerindeki Çizimleri

Bu tartışmada iki paralel argümantasyon akışı AA-1 ve AA-2 iki farklı çözüm yolu olarak aynı hedef sonuca ($|EH|=|CE|$) ulaşmıştır. Yani paralel argümanlar tartışma sürecinin sonunda yer almaktadır. Bu nedenle bu yapının spiral-yapıya uygun olduğu sonucuna varılmıştır.

Çizgi/Hat-Yapı

Çizgi/hat yapı birinci ve üçüncü geometri problemlerinde birer kez gözlenmiştir. Bu yapı için verilecek örnek, GP3'ün ikinci sorusunun çözümünde ortaya çıkmıştır. GP3'ün detayları kaynak-yapı ile ilgili bulgulara açıklanmıştır. Bu problemde ilk soruda $|FG|$ kenar uzunluğu 6 birim olarak verilip FGH üçgeninin alanı sorulmakta, ikinci soruda ise her bir çemberin yarıçapı 'r' olarak kabul edildiğinde FGH üçgeninin alanının maksimum ve minimum değerleri sorulmaktadır. Gözde ile Umut ilk sorunun çözümünde FGH üçgeninin eşkenar üçgen olduğunu bulmuşlardır. İkinci sorunun çözümünde Şekil 20'deki çizgi/hat yapı ortaya çıkmıştır.



Şekil 20. Üçüncü Geometri Probleminin Çözümünde Gözlemlenen Çizgi/Hat-Yapı

Umut ve Gözde arasında geçen diyalog aşağıdaki gibidir:

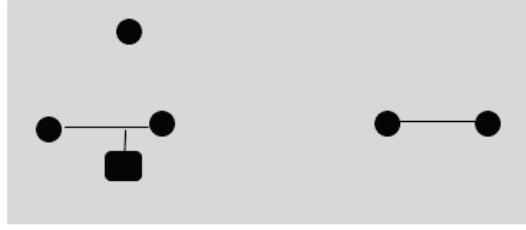
- Umut : Doğru. Her zaman eşkenar üçgen olur FGH (İddia/veri). Biz ilk soruda verilen 6 birimi en son kullandık. Önce onun eşkenar olduğunu bulduk (Gerekçe). Sinüs 60 kaç?*
- Gözde : $\sqrt{3}/2$ Maksimum alanlı üçgen elde ettiğimizde bir kenarı r kadar olur bence (İddia)*
- Umut : Sinüs alan formülü neyi? $(1/2) \cdot x^2 \cdot \sin 60^\circ$ mıydı? Bunun alanı zaten bu x'e göre değişecek. Yani türevi ne? x, maksimum r olabilir. Tamam işte, $r \cdot \sqrt{3}/2$.*
- Gözde : $2r \cdot \sqrt{3}/4$. Niye sen türevini aldın?*
- Umut : Hmm...Evet doğru diyorsun.*
- Gözde : Büyüme oranını buldun sen. Eğer türev alırsan...*
- Umut : Türev değil ya. Maksimum, minimum değer neydi? İkinci türev miydi?*
- Gözde : O zaman $2\sqrt{3}/4$*
- Umut : $x^2 \cdot \sqrt{3}/4$ değil mi üçgende alan? Bunun birinci türevi $2x \cdot \sqrt{3}/4$. İkinci türevi $2\sqrt{3}/4$. Yani $\sqrt{3}/2$ değil mi? Yani şu değil mi?*
- Gözde : Yerine koymuyor muyduk değeri? Onu anlamadım.*
- Umut : Evet. Biz bir değer bulduk. Minimum değer bulamadık ki. Minimum değer sıfır olur zaten. Maksimum değer de ... Yanlış mı düşünüyorum? Bence yine de türevden çözülür bu soru.*

Umut üçgenin maksimum alanlı olabilmesi için |EF| kirisinin sürüklenmesi gerektiğini düşünmüştür. Daha sonra FGH üçgeninin her durumda eşkenar üçgen olduğu (iddia/veri) iddiasında bulunmuştur. Umut bu iddiaya gerekçe olarak, ilk sorunun çözümünde FGH üçgeninin eşkenar üçgen olduğunu bulurken soruda verilen 6 birimi hiç kullanmadıklarını söylemiştir. Bu bilgiyi veri olarak kullanarak ikinci argümana geçmişlerdir. Maksimum alanlı üçgeni elde ettiklerinde üçgenin bir kenarının 'r' kadar olacağını savunmuşlar ve sinüs alan formülünün ' $(1/2) \cdot x^2 \cdot \sin 60^\circ$ ' türevini alarak bir formül elde etmeye çalışmışlardır. Türevi ' $2x \cdot \sqrt{3}/4$ ' olarak bulduktan sonra, üçgenin bir kenarı 'r' olduğundan x yerine r yazmış ve alanı hesaplamışlardır. Burada Gözde ile Umut hedef sonuç olarak FGH üçgeninin alanının maksimum $r \cdot \sqrt{3}/2$ olduğunu iddia etmişlerdir. Bu iddiaya gerekçe olarak FGH üçgeninin her zaman eşkenar üçgen olduğu bilgisini kullanmış, bunun yanında sinüs alan formülünün türevini almışlardır. Bu arada Gözde maksimum alanı bulabilmek için formülün birinci türevi değil de ikinci türevinin alınması gerektiğini savunarak iddiayı çürütmüştür ve tartışma burada sonlanıp başka yöne kaymıştır.

Bu tartışmanın yapısı incelendiğinde argümanların bir çizgi gibi art arda sıralandığı, birbirine iddia/veri bileşeni ile bağlandıkları görülmektedir. Ayrıca paralel argümanların bulunmaması ve muhakemenin geriye dönüp tekrar ileriye gitmesi gibi durumların olmaması bu yapıyı diğer yapılardan ayırmaktadır. Argüman şemasının görüntü olarak bir doğru üzerinde devam etmesi sebebiyle bu tartışmanın çizgi/hat-yapıya uygun olduğuna karar verilmiştir.

Bağımsız Argümanlar-Yapısı

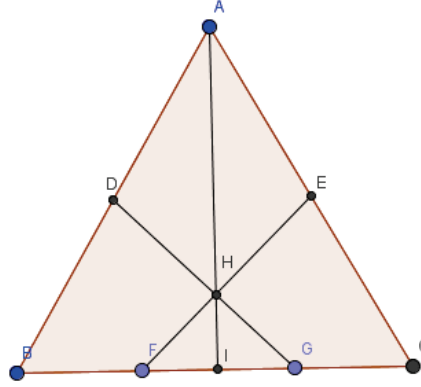
Bağımsız argümanlar-yapısı, GP1'de 8 kez, GP2'de 2 kez, GP3'te 6 kez, GP4'te ise 5 kez gözlemlenmiştir. Bu yapı için verilecek örnek detayları Şekil 2'de açıklanmış olan GP1'in çözümünde gözlemlenmiştir. Bu problemde katılımcılardan beklenen, |AH|'ın hangi üçgen çeşitlerinde A açısının açıortayı olacağını bulmaktır. Tartışmanın başlarında ileri sürülen argümanlar Şekil 21'de olduğu gibi birbirinden bağımsız olarak sunulmuştur.



Şekil 21. Birinci Geometri Probleminde Gözlemlenen Bağımsız Argümanlar

Bahar ile Güler arasında Şekil 21'deki üç bağımsız argüman için aşağıdaki diyalog gerçekleşmiştir:

- Bahar* : *F ve G noktaları iki türlü de yerleştirilebilir. Yer değiştirebilirler bence (İddia 1)*
Güler : *AH doğru parçasını çizeyim. Şuraya "a" dersek "x", "x" olarak harflendirirsek... Ha, evet, doğru. O zaman ikizkenar üçgendir bu. (İddia 2)*
Bahar : *Neden öyle düşündün? Bu bir ikizkenar üçgen değil ki? (Bir süre sessizlik)*
Güler : *Bence eşkenar üçgen çizelim ve onun üzerinde bakalım. |AH|'ı uzatalım. Burası 'I' olsun. O zaman |AI| hem BAC üçgeninin hem de FHG üçgeninin açılışını oluşturmaz mı? (İddia 3)*



Şekil 22. Güler ve Bahar'ın GP1 Çzimi

Şekil 21'deki ilk argüman sadece iddia bileşeninden oluşmakta, Bahar F ve G noktalarının yerinin değişebileceğini iddia etmektedir. Bir süre sonra Güler ABC üçgeni ikizkenar üçgen olduğunda |AH|'ın açılış olabileceğini iddia etmiş, Bahar bu iddiayı ABC üçgeninin ikizkenar üçgen olmadığını iddia ederek ve geçerli bir gerekçe sunmadan sonlandırmıştır. Bir süre düşündükten sonra Bahar ve Güler bir eşkenar üçgen çizerek onun üzerinde çalışma kararı almışlardır (bkz. Şekil 22). |AH|'ın uzantısının |BC| kenarını kestiği noktayı 'I' harfi ile isimlendirip |AI|'nın hem BAC hem FHG açısının açılışını olduğunu iddia etmişlerdir (bkz. Şekil 22) fakat bu iddialarını gerekçelendirmemişlerdir.

Bu tartışmada görüldüğü gibi katılımcıların birbiri ile ilişkisi olmayan argümanlar ileri sürdüğü durumlar ile karşılaşmıştır. Aslında katılımcılar bu argümanları sesli düşündükleri zamanlarda kurmuşlardır. Şema olarak birbirinden kopuk argümanlar olması sebebiyle bu yapının bağımsız argümanlar-yapısına uygun olduğuna karar verilmiştir.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmen adaylarının geometri problemleri çözerken kullandıkları global argümantasyon yapılarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Alinyazındaki çalışmalar incelendiğinde global argümantasyon yapılarının birinin diğerine göre daha üstün olduğuna dair bir açıklama bulunmamaktadır. Sadece bazı yapıların diğerlerine göre şekil itibariyle daha karmaşık yapıya sahip oldukları belirtilmiştir. Kompleks global argümantasyon yapıları, kavramların detaylı incelenmesi ve ilişkilendirilmesinin yanında üst düzey düşünme becerilerinin kullanılması sonucu ortaya çıkmaktadır. Bu çalışmada ortaya çıkan global argümantasyon yapılarından üçü Knipping'in (2008) ve Reid ve Knipping'in (2010) çalışmalarında bahsettikleri *kaynak-yapı*, *rezervuar-yapı* ve *spiral-yapı*, ikisi ise bu çalışma ile alinyazına katılan *çizgi/hat-yapı* ve *bağımsız argümanlar-yapısıdır*. Araştırmanın sonuçlarına göre katılımcıların kaynak-yapı, rezervuar-yapı ve spiral-yapı gibi kompleks global argümantasyon yapılarını az sayıda kullandıkları gözlemlenmiştir. Katılımcıların en çok bağımsız-argümanlar-yapısını kullandıkları, alinyazında mevcut olan yapılar arasında ise çoğunlukla spiral yapıyı kullandıkları dikkat çekmektedir. Bu yapıların kullanımına ilişkin öngörülere aşağıda yer verilmiştir.

Alinyazında *matematikselsel muhakeme*, kavramlar ve bu kavramlar arasındaki ilişkiler yoluyla amaçlı (bilinçli) çıkarım yapabilme becerisi olarak tanımlanmıştır (Conner vd., 2014). Bu tanımdan da anlaşılacağı gibi matematikselsel muhakeme becerisi matematikselsel ilişkileri kurabilme yetisine dayanmaktadır. Alinyazındaki yapılar ile karşılaştırıldığında daha basit yapıda olan çizgi/hat-yapı ve bağımsız argümanlar-yapısında kavramlar arasındaki karmaşık ilişkiler kurulamamaktadır. İleri derecede düşünme becerilerinin kullanılmadığı bağımsız argümanlar-yapısında ise argümanlar tek tek ifade edilmektedir. Bu argüman yapılarının hangi durumlarda söylendiği incelendiğinde katılımcıların sesli düşünürken bu şekilde birbiriyle ilişkisi olmayan argümanlar kurduğu fark edilmiştir. Bunun yanında katılımcılar genelde soru çözümünün başlarında akıl yürütürken bu yapıları kullanmışlardır. Problem çözme sürecinin başında olsa bile öğretmen adaylarının kavramlar arasında ilişkilendirme yapmaması onların matematikselsel muhakeme konusunda eksikliklerini ortaya çıkarmıştır. Buradan hareketle, ortaokul matematik öğretmen adaylarının matematikselsel muhakeme becerilerinin zayıf olduğu söylenebilir. Diğer yandan, katılımcıların spiral-yapıyı alinyazında mevcut olan diğer global argümantasyon yapılarına (kaynak-yapı ve rezervuar-yapı) göre daha çok kullanmış olmaları dikkat çekmektedir. Spiral-yapının özellikleri düşünüldüğünde hedef sonuca ulaşan ve birbirine paralel (paralel argümantasyon akışları) olan farklı çözüm yollarının mevcut olduğu görülmektedir. Bu yapıların gözlenmesinin en önemli nedeni, birinci araştırmacının argümantasyon sürecini yönetme şekli olabilir. Knipping (2008) ispat konusunda gerçekleştirdiği çalışmasında öğretmen yönlendirmelerinin global argümantasyon yapısının şekillenmesinde etkili olduğunu savunmuştur. Benzer şekilde bu çalışmada araştırmacı argümantasyon süresince farklı çözüm yollarının gösterilmesi için katılımcıları sürekli teşvik etmiş, onların cevaplarını sürekli sorgulamış ve böylelikle paralel argümantasyon akışlarının oluşmasına olanak vermiştir. Bu paralel akışlar da genel olarak şema ile gösterildiğinde spiral-yapının oluştuğu gözlemlenmiştir. Eğer araştırmacı öğrencileri bu şekilde yönlendirmeseydi öğrenciler sorulara sadece bir çözüm yoluyla cevap verebilir ve global argümantasyon yapılarının şekli çizgi/hat-yapı şeklinde olabilirdi. Nitekim global argümantasyon yapılarının şekillenmesinde kilit elemanın onu yönlendiren kişi olduğu ortaya çıkmaktadır.

Bu sonuçlara bağlı olarak öğretmen adaylarının öğretmen yetiştirme kurumlarındaki eğitimlerine yönelik çıkarımlarda bulunulabilir. Argümantasyon becerileri gelişmiş bir öğretmen argümantasyon sürecinde sürekli gerekçelendirme yapmaları için öğrencileri sorgular, farklı çözüm yollarının gösterilmesini teşvik eder, yargılayıcı ifade kullanmaktan kaçınır, öğrencilerin etkileşimini teşvik eder ve tartışmaları dikkatli takip ederek uygun sorular ile öğrencileri yönlendirir. Bahsi geçen uygulamaların etkin bir şekilde gerçekleştirilmesi, öğretmen adaylarının bu konuda iyi yetiştirilmesiyle sağlanabilir. Ayrıca iyi yetişmiş öğretmen adayları uygun yönlendirmeler yaparak öğrencilerine farklı çözüm yolları üretebilecekleri, kavramlar arası ilişkileri sunabilecekleri, karmaşık global argümantasyon yapılarını kullanabilecekleri ortamları sağlayabilirler. Dolayısıyla lisans eğitimleri

sırasında öğretmen adaylarına argümantasyon becerilerini geliştirebilecekleri, bu yöntemi uygulayabilecekleri ortamlar yaratılmalıdır. Bu bağlamda Türkiye'deki öğretmen eğitim programlarında sunulan derslerin argümantasyon becerilerini geliştirmeye yönelik olarak yeniden yapılandırılmasına ihtiyaç vardır. Fen bilgisi öğretmen eğitimi programında daha çok uygulanan ve kullanılan argümantasyon yönteminin matematik öğretmen eğitimi programlarında da yaygınlaştırılması, bu yöntemin gelecekte okullarda uygulanabilmesi açısından önemlidir. Bir konu veya problem hakkında tartışma, fikirlerini gerekçelendirerek savunma, karşıdakının argümanını değerlendirme, gerektiğinde çürütme gibi uygulamalar hem matematikte kavramlar arasındaki ilişkileri görmeye ve kavramsal öğrenmeye yardımcı olacak (Inagaki vd., 1998) hem de üst düzey düşünme becerilerinin geliştirilmesine olanak sağlayacaktır (Kosko vd., 2014). Bunun için öğretmen yetiştiren kurumlarda hem zorunlu hem seçmeli derslerin içeriğine argümantasyon uygulamalarının yerleştirilmesi önerilmektedir. Böylelikle argümantasyonu deneyimlemiş ve mesleğe başlayınca derslerinde uygulayabilecek matematik öğretmenleri yetiştirilebilecektir.

Temel olarak matematiksel ilişkileri kullanabilme becerisine dayanan matematiksel muhakeme argümantasyon açısından oldukça önemlidir ve bireyde zaman içerisinde gelişen ve öğrenilen bir beceridir. Araştırmanın sonuçlarından yola çıkılarak katılımcıların kullandıkları global argümantasyon yapılarının basit olmasının nedenleri ortaokul matematik öğretmen adaylarının eğitim geçmişleri, Türkiye'de uygulanan ulusal sınavlar ve okullarda uygulanan öğretim programları olabilir. Türkiye'de ulusal sınavlar (örneğin Yükseköğretim Kurumları Sınavı, YKS) çoktan seçmeli olarak, öğrencilerin soyut bilgileri ve kuralları ezberleyip alıştırma çözümleriyle başarılı olacağı standartlarda hazırlanmaktadır (Güler, 2013). Dolayısıyla okullarda verilen eğitim de öğrencilerin bu sınavlarda başarılı olmasını amaçlamaktadır. Bu amaca paralel olarak, okullarda öğrencilere kısa sürede daha çok soru çözmelerini sağlayacak alıştırma çözümleri hazırlanmaktadır. Bu nedenle eğitim hayatları boyunca öğrenciler gerekçe sunma, yansıtıcı düşünme, ispat yapma, kavramlar arasındaki ilişkileri tartışma gibi matematiksel muhakemeyi geliştiren ve öğrenmeyi destekleyen (National Council of Teachers of Mathematics, 2000) uygulamaları yeteri kadar deneyimleyememektedirler. Dolayısıyla karşılaşmadıkları ve yorum yapmaları gereken bir soru ile karşılaştıklarında öğrenciler eleştirel düşünememektedirler. Bu çalışmadaki ortaokul matematik öğretmen adayları da Türk eğitim sisteminin birer ürünü oldukları için onların da matematiksel muhakemelerini geliştirecek etkinlikleri deneyimlemedikleri ve bu nedenle basit global argümantasyon yapılarını kullanmaya meyilli oldukları düşünülmektedir. Buradan yola çıkarak Türkiye'deki matematik eğitiminin, öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerini geliştirme konusunda oldukça yetersiz olduğu ve geliştirilmesi gerektiği söylenebilir. Bu bağlamda öncelikle matematik öğretim programlarında düzenlemeye gidilebilir. Okullarda yapılan etkinlikler argümantasyon ve sorgulama temelli olacak şekilde düzenlenebilir. Bunun yanında ulusal sınavların da çoktan seçmeli soruların yanı sıra açık uçlu veya kısa cevaplı soruları da içerecek şekilde hazırlanmasıyla okullardaki programları desteklemeleri sağlanabilir. Böylece öğrencilerin üst düzey düşünme ve eleştirel düşünme becerilerinin geliştirilmesine katkıda bulunulabilir (Weiss, 2003). Ulusal sınavlarda ne tür sorular hazırlanabileceği konusunda uluslararası düzeyde matematik başarılarını karşılaştıran TIMMS (Trends in International Mathematics and Science Study), PISA gibi sınavların açık uçlu ve çoktan seçmeli soruları (MEB, 2015a, 2015b) incelenebilir. Çünkü bu tür uluslararası sınavlarda öğrencilere günlük hayat ile ilişkilendirilmiş, üst düzey düşünme becerilerini ölçen, ezberle bilgi ile başarılı olmanın mümkün olmadığı sorular sorulmaktadır.

Son olarak bu araştırmanın sınırlılıkları düşünüldüğünde araştırmanın, üçgenler ve çemberler konularında çözülen dört geometri problemi ile sınırlı olduğu görülmektedir. Geometri alanında argümantasyon uygulamaları hakkında çıkarımlarda bulunabilmek ve argümantasyonun çeşitli yönlerini daha fazla irdelemek için dörtgenler, çokgenler, geometrik cisimler ve açılar gibi geometri konularında daha fazla argümantasyon çalışmalarının yapılmasına ihtiyaç vardır. Bunun için diğer geometri konularını kapsamlı bir şekilde içeren etkinliklerin hazırlanması ve argümantasyon süreciyle katılımcılara uygulanması önerilmektedir. Örneğin çokgenler konusu ve kurallarını içeren etkinlikler hazırlanıp öğretmen adaylarına argümantasyon sürecini destekleyecek uygulamalar yaptırılabilir ve bu kuralları daha derinlemesine sorgulamaları ve kavramlar arası ilişkiler kurmaları sağlanabilir. Böylece

çokgenler konusunda öğretmen adaylarının argümantasyon süreçleri analiz edilerek hangi global argümantasyon yapılarını kullandıkları incelenebilir. Bu çalışmanın bir diğer sınırlılığı ise bu uygulamaya için Ankara'daki bir devlet üniversitesinde öğrenim gören ortaokul matematik öğretmen adaylarının seçilmiş olmasıdır. Çünkü argümantasyon süreci üniversiteden üniversiteye değişiklik gösterebilmektedir. Farklı üniversitelerdeki durumlar hakkında fikir sahibi olabilmek için diğer üniversitelerde de benzer argümantasyon çalışmaları yapılması önerilmektedir. Böylece farklı üniversitelerde argümantasyon sürecinin ne gibi faydaları veya zararları olduğu, nasıl uygulanırsa daha verimli olacağı hakkında genel yargılara varılabileceğine inanılmaktadır.

Argümantasyon yöntemi, bir bireyin kendi iddialarına gerekçe sunması, karşıdaki bireyi ikna etmesi ve başkasının fikrini çürütmesine dayanan bir yöntem olduğundan dolayı farklı kültürlerde farklı sonuçlar doğurabilmektedir (Reid ve Knipping, 2010). Örneğin, insanların uyum ve düzen için iletişim kurduğu, muhalefet etmenin bu uyum açısından bir tehdit gibi görüldüğü Japonya gibi ülkelerde argümantasyon uygulamasının başarılı bir şekilde uygulanabilmesi oldukça güç olacaktır (Sekiguchi, 2000). Bu nedenle farklı kültürlerle yönelik belli global argümantasyon yapılarının ortaya çıkarılabilmesi ve farklı ülkelerde argümantasyon yönteminin uygulanabilirliği hakkında fikir sahibi olabilmek için uluslararası düzeyde argümantasyon çalışmalarının yapılmasının faydalı olacağı düşünülmektedir.

Son söz olarak global argümantasyon analizini ileri süren Knipping (2008) bu analizde birbiriyle ilişkili argümanların oluşturduğu genel şemaların (global) değerlendirildiğini ve bireysel katkıların analiz edilmediğini ifade etmiştir. Argüman bileşenlerini (Veri, iddia, gerekçe vb.) tek tek inceleyebilmek ve çıkarımlarda bulunabilmek adına katılımcıların bireysel argümanlarının incelenmesinin faydalı olacağı düşünülmektedir. Argümantasyon sürecinde katılımcıların bireysel katkılarının analizi ileriki çalışmaların konusu olabilir.

Teşekkür

Bu çalışma, TÜBİTAK 2211 Genel Yurt içi Doktora Burs Programı ile desteklenmiştir. Desteklerinden dolayı TÜBİTAK'a teşekkür ederiz.

Kaynakça

- Aberdein, A. (2005). The uses of argument in mathematics. *Argumentation*, 19(3), 287-301.
- Antonini, S. ve Martignone, F. (2011). Argumentation in exploring mathematical machines: A study on pantographs. *35.conference of the international group for the psychology in mathematics education (PME 35) bildiriler kitabı* içinde (s. 41-48). Ankara: Can Tekin Yayınları.
- Ceylan, T. (2012). *Geogebra yazılımı ortamında ilköğretim matematik öğretmen adaylarının geometrik ispat biçimlerinin incelenmesi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Ankara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Conner, A., Singletary, L. M., Smith, R. C., Wagner, P. A. ve Francisco, R. T. (2014). Identifying kinds of reasoning in collective argumentation. *Mathematical Thinking and Learning*, 16, 180-200.
- Driver, R., Newton, P. ve Osborne, J. (2000). Establishing the norms of scientific argumentation in classrooms. *Science & Education*, 84(3), 287-312.
- Erkek, Ö. (2017). *Ortaokul matematik öğretmen adaylarının argümantasyon yapılarının teknoloji ve kâğıt-kalem ortamlarında incelenmesi* (Yayımlanmamış doktora tezi). Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Giannakoulis, E., Mastorides, E., Potari, D. ve Zachariades, T. (2010). Studying teachers' mathematical argumentation in the context of refuting students' invalid claims. *The Journal of Mathematical Behavior*, 29(3), 160-168. doi:10.1016/j.jmathb.2010.07.001
- Güler, H. K. (2013). Türk öğrencilerin PISA'da karşılaştıkları güçlüklerin analizi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 26(2), 501-522.
- Güzel, B. Y., Erduran, S. ve Ardaç, S. (2009). Aday kimya öğretmenlerinin kimya derslerinde bilimsel tartışma (argümantasyon) tekniğini kullanımları. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 26(2), 33-48.
- Heinze, A. ve Reiss, K. (2007). Reasoning and proof in the mathematics classroom. *Analysis*, 27(2-3), 333-357. doi:10.1524/anly.2007.27.2
- Hollebrands, K. F., Conner, A. ve Smith, R. C. (2010). The nature of arguments provided by students with access college geometry to technology while solving problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(4), 324-350.
- Inagaki, K., Hatano, G. ve Morita, E. (1998). Construction of mathematical knowledge through whole-class discussion. *Learning and Instruction*, 8(6), 503-526.
- Inglis, M., Mejia-Ramos, J. P. ve Simpson, A. (2007). Modelling mathematical argumentation: The importance of qualification. *Educational Studies in Mathematics*, 66, 3-21.
- Iranzo Domènech, N. (2009). *Influence of dynamic geometry software on plane geometry problem solving strategies* (Yayımlanmamış doktora tezi). Universitat Autònoma de Barcelona, Barcelona.
- Jiménez-Aleixandre, M. P. ve Erduran, S. (2008). Argumentation in science education: An overview. S. Erduran ve M. P. Jiménez-Aleixandre (Ed.), *Argumentation in science education: Perspectives from classroom-based research* içinde (s. 3-27). Dordrecht: Springer.
- Kingır, S., Geban, Ö. ve Günel, M. (2013). Using the science writing heuristic approach to enhance student understanding in chemical change and mixture. *Research in Science Education*, 43, 1645-1663.
- Knipping, C. (2008). A method for revealing structures of argumentations in classroom proving processes. *ZDM Mathematics Education*, 40(3), 427-441.
- Kosko, K. W., Rougee, A. ve Herbst, P. (2014). What actions do teachers envision when asked to facilitate mathematical argumentation in the classroom? *Mathematics Education Research Journal*, 26(3), 459-476.
- Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. P. Cobb ve H. Bauersfeld (Ed.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* içinde (s. 229-269). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

- Krummheuer, G. (2000). Mathematics learning in narrative classroom cultures: Studies of argumentation in primary mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 20(1), 22-32.
- Krummheuer, G. (2007). Argumentation and participation in the primary mathematics classroom. *The Journal of Mathematical Behavior*, 26(1), 60- 82. doi:10.1016/j.jmathb.2007.02.001
- MEB. (2015a). *PISA örnek matematik soruları*. Ankara: MEB Ölçme, Değerlendirme ve Sınav Hizmetleri Genel Müdürlüğü. http://pisa.meb.gov.tr/?page_id=617 adresinden erişildi.
- MEB. (2015b). *TIMSS 2015 fen bilimleri ve matematik 4 ve 8. sınıf açıklanan sorular*. Ankara: MEB Ölçme, Değerlendirme ve Sınav Hizmetleri Genel Müdürlüğü. <http://timss.meb.gov.tr/> adresinden erişildi.
- Mercier, H. (2011). Reasoning serves argumentation in children. *Cognitive Development*, 26, 177-191.
- Mercier, H. ve Sperber, D. (2011). Why do humans reason? Arguments for an argumentative theory. *Behavioral and Brain Sciences*, 34, 57-111.
- Merriam, S. B. (2009). *Qualitative research: A guide to design and implementation*. San Francisco, CA: John Wiley & Sons.
- Moore-Russo, D., Conner, A. ve Rugg, K. I. (2011). Can slope be negative in 3- space? Studying concept image of slope through collective definition construction. *Educational Studies in Mathematics*, 76, 3-21.
- Nardi, E., Biza, I. ve Zachariades, T. (2012). "Warrant" revisited: Integrating mathematics teachers' pedagogical and epistemological considerations into Toulmin's model for argumentation. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 157-173.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Özdem, Y., Ertepinar, H., Çakıroğlu, J. ve Erduran, S. (2013). The nature of pre-service science teachers' argumentation in inquiry-oriented laboratory context. *International Journal of Science Education*, 35(15), 2559-2586.
- Pedemonte, B. (2007). How can the relationship between argumentation and proof be analysed? *Educational Studies in Mathematics*, 66, 23-41.
- Pedemonte, B. ve Reid, D. (2011). The role of abduction in proving process. *Educational Studies in Mathematics*, 76, 281-303.
- Posamentier, A. S. ve Salkind, C. T. (1988). *Challenging problems in geometry*. New York: Dover Publications Inc.
- Prusak, N., Hershkowitz, R. ve Schwarz, B. B. (2012). From visual reasoning to logical necessity through argumentative design. *Educational Studies in Mathematics*, 79(1), 19-40. doi:10.1007/s10649-011-9335-0
- Reid, D. A. ve Knipping, C. (2010). *Proof in mathematics education: Research, learning, and teaching*. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Rice, L. (2012). *Findings from pre-service secondary mathematics teachers' thinking in arguing and proving*. https://scholar.google.com.tr/scholar?hl=tr&as_sdt=0%2C5&q=+Findings+from+PreService+Secondary+Mathematics+Teachers%E2%80%99+Thinking+in+Arguing+and+Proving&btnG= adresinden erişildi.
- Sekiguchi, Y. (2000). Mathematical Proof, Argumentation, and Classroom Communication: A Japanese Perspective. *9th international congress on mathematical education bildiriler kitabı içinde* (s. 327-330). Tokyo/Makuhari, Japan.
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S. ve Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10, 313-340.
- Toulmin, S. (1958). *The uses of argument*. New York: Cambridge University Press.

- Viholainen, A. (2011). The view of mathematics and argumentation. M. Pytlak, T. Rowland ve E. Swoboda (Ed.), *The seventh congress of the european society for research in mathematics education bildiriler kitabı* içinde (s. 243-252). Rzesów, Poland.
- Walter, J. G. ve Barros, T. (2011). Students build mathematical theory: Semantic warrants in argumentation. *Educational Studies in Mathematics*, 78(3), 323-342.
- Weiss, R. E. (2003). Designing problems to promote higher-order thinking. *New Directions for Teaching and Learning*, 95, 25-31.
- Yackel, E. (2001) Explanation, justification and argumentation in mathematics classrooms. *25th conference of the international group for the psychology in mathematics education (PME 25) bildiriler kitabı* içinde (s. 9-24). Utrecht, The Netherlands.
- Yackel, E. ve Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458-477.
- YÖK. (2018). *Yeni öğretmen yetiştirme lisans programları*. Ankara: YÖK. <https://www.yok.gov.tr/kurumsal/idari-birimler/egitim-ogretim-dairesi/yeni-ogretmen-yetistirme-lisans-programlari> adresinden erişildi.