



Matematik Okuryazarlığı Problemleri İçin Yeni Bir Sınıflama Önerisi

Murat Altun ¹, Işıl Bozkurt ²

Öz

Matematik okuryazarlığı başarı düzeyinin nasıl artırılacağı, ilköğretimin temel sorunlarından biri olmaya devam etmektedir. Bu durum, öğrencilerin matematik okuryazarlığı problemlerini çözerken yaşadıkları zorlukları bilme ihtiyacını ortaya çıkarmaktadır. Bu çalışmada, Türk öğrencilerin matematik okuryazarlığı sorularını çözerken yaşadıkları güçlükler, yöneltilen soruların yapısal özellikleri üzerinden oluşan faktörler aracılığıyla açıklanmaya çalışılmıştır. Çalışma kapsamında 435 ortaokul sekizinci sınıf öğrencisine matematik okuryazarlığı soruları yöneltilmiş ve öğrencilerin soru bazında aldıkları puanlara faktör analizi uygulanmıştır. Analiz sonucunda, altı faktörlü bir yapı elde edilmiş ve bulunan faktörlerin matematik okuryazarlığı başarısını açıklama varyansının yeterli düzeyde yüksek olduğu görülmüştür. Bu faktörler algoritmik işlem yapma, zengin matematiksel içeriğe hakim olma, matematiksel çıkarımda bulunma, matematiksel öneri geliştirme ve/veya geliştirilmiş öneriyi yorumlama, yaşamsal durumun matematik dilindeki karşılığını anlama, matematik dilinin yaşamdaki karşılığını anlama şeklinde adlandırılmıştır. Öğrencilerin matematiksel çıkarımda bulunma, matematiksel öneri geliştirme ve/veya geliştirilmiş öneriyi yorumlama, yaşamsal durumun matematik dilindeki karşılığını anlama faktörlerinde başarısız oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmanın sonuçlarından matematik okuryazarlığı başarısının analizinde, matematik okuryazarlığı ölçeği geliştirmede, matematik öğretim programlarının geliştirilmesinde ve öğretiminin düzenlenmesinde yararlanılabilir.

Anahtar Kelimeler

Matematik okuryazarlığı
Problem çözme
Matematik okuryazarlığı başarı
düzeyi
PISA
Faktör analizi

Makale Hakkında

Gönderim Tarihi: 08.09.2016
Kabul Tarihi: 20.03.2017
Elektronik Yayın Tarihi: 10.05.2017

DOI: 10.15390/EB.2017.6916

¹ Uludağ Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Eğitimi, Türkiye, maltun@uludag.edu.tr

² Uludağ Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Eğitimi, Türkiye, ibozkurt@uludag.edu.tr

Giriş

Okul matematiği ile yaşam arasındaki kopukluğun giderilmesi matematik öğretiminin temel uğraşlarından biri olmaya devam etmektedir. Bu kopukluğun giderilmesi için, çok sayıda dokümanda ilköğretim matematik derslerinde gerçek verilerle çalışmanın önemine vurgu yapılmaktadır (OECD, 2014; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000, 2006). Bu durum, matematik birikiminin yaşamda kullanılma kapasitesi anlamına gelen matematik okuryazarlığı kavramının önemini artırmış ve matematik okuryazarlığının geliştirilmesini güncel hedeflerden biri haline getirmiştir. Matematik okuryazarlığının öneminin artması dikkatleri, ana teması okuryazarlığın değerlendirilmesi olan Programme for International Student Assessment (PISA)'ya çekmiş ve birçok ülke eğitim politikalarını geliştirirken PISA uygulamalarını referans almaya başlamıştır (Breakspear, 2012).

PISA, 2000 yılından itibaren üç yılda bir, ilköğretimdeki birikimin yaşama yansıma düzeyini ölçmek üzere 15 yaş grubundaki öğrencilere uygulanan ve öğrencilerin matematik, fen okuryazarlık düzeylerini ve dil becerilerini ölçen bir sınavdır. Bu çalışmanın konusu matematik okuryazarlığı ile ilgilidir. Çalışmanın amacı matematik okuryazarlığı başarısının temel bileşenlerini elde etmek ve bu temel bileşenler üzerinden matematik okuryazarlığı başarı düzeyinin ölçülebileceğini ortaya koymaktır.

Matematik Okuryazarlığı

PISA organizasyonunu yapan Organisation for Economic Co-operation and Development tarafından, bir birey kapasitesi olarak *matematik okuryazarlığı*; matematiğin gerçek yaşamdaki rolünü kavrama ve tanımlama, yaşamda ihtiyaç olması halinde yapılandırıcı, ilişkilendirici ve yansıtıcı yollarla matematik temelli karar verme ve bunu yaşam biçimi haline getirme şeklinde tanımlanmıştır (OECD, 1999, 2003, 2006, 2009a). Yine OECD bu tanımda kısmi bir değişiklik yaparak matematik okuryazarlığını bireyin matematiği, yaşamsal ortamlarda çeşitli şekillerde formüle etme, uygulama ve yorumlamada kullanma kapasitesi şeklinde tanımlamıştır (OECD, 2013, 2016). Ayrıca bu tanıma *matematik okuryazarlığı, matematiksel muhakeme becerisi, kavram, süreç bilgisi ve matematiksel araçları kullanmayı, öngöründe bulunmayı gerektirir. Bireyin, matematiğin yaşamdaki rolünü kavramasına, matematik birikimini yansıtmak, ilişkilendirmek ve yapılandırmak suretiyle gerçekleştirilebilir kararlar vermesinde yardımcı olur* (OECD, 2013, 2016) şeklinde bir açıklama eklemiştir. McCrone ve Dossey (2007) ise matematik okuryazarlığını, matematiğin günlük hayattaki rolünü anlama, günlük hayatta karşılaşılan sorunların çözümünde matematiği kullanabilme kapasitesi olarak özetlemiştir.

Bu durumda bireyleri matematik okuryazarı olarak yetiştirmek bir hedef, bu hedefe yönelik çalışmaları düzenlemek için de matematik okuryazarlık düzeylerini belirlemek bir ihtiyaç olarak belirmektedir. Matematik okuryazarlığı düzeyini belirlemekle ilgili değerlendirmeler, öğrencilere bağlamsal, kavramsal ve işlemsel problemler yönelmek sureti ile onların matematiksel yeterliklerini kullanmalarına fırsat verilerek yapılmaktadır (Saenz, 2009). Bu tür değerlendirmelerin arkasından yapılan sınıflamalar sonuçların yorumlanmasında ciddi fırsatlar sunabilir. Bu çalışma mevcut sınıflamalardan farklı, bazı yönleriyle daha kullanışlı olabilecek yeni bir sınıflama ile ilişkilidir.

Bu çalışmaya duyulan ihtiyaç, ilgili literatürde iki kaynaktan beslenmektedir. Bunlardan birincisi, "matematik okuryazarlığı ile ilgili değerlendirmelerin kapsamını belirlemede ve öğrenci başarısını değerlendirmede referans alınan sınıflamalar yani soruların tasnifi ile ilgilidir (OECD, 2016, 2013, 2010, 2009a, Saenz, 2009). İkincisi ise, PISA uygulaması esnasında PISA öğrenci anketi aracılığı ile toplanan ve matematik okuryazarlığı üzerinde kısmi etkisi olabilecek değişkenler (aile ve ev bilgileri, okula ve sınıfa ilişkin bilgiler, algı, tutum ölçülmesi vb.) üzerinde yapılan araştırmalardır (Eraslan, 2009; Forgasz ve Leder, 2017; Özkan ve Güvendir, 2014). Bu tür araştırmalar öğretim içeriği dışındaki verilerle sınırlı kaldığından, başarıyı açıklamaya yapacakları katkının da sınırlı kalması muhtemeldir.

Matematik Okuryazarlığı Sorularının Tasnifi

PISA değerlendirmelerinin planlanmasında bugüne kadar konu alanları, yeterlikler, beceri kümeleri ve süreç becerileri olmak üzere dört farklı sınıflama türüne yer verilmiştir. Konu alanları olarak OECD (2013, s. 33), PISA için (i) Nicelik, (ii) Değişim ve İlişkiler, (iii) Uzay ve Şekil, (iv) Belirsizlik

olmak üzere dört alan belirlemiştir. Süreç içinde Belirsizlik konu alanı Belirsizlik ve Veri şeklinde değişmiştir (OECD, 2013, 2016) Bu başlıklar gerçekte de ilköğretim düzeyindeki matematiğin her türden konusunu kapsamakta olup, herhangi bir matematik bilgisinin göz ardı edilmesine imkân vermemektedir. Bu sınıflama, öğrencinin herhangi bir konu alanından değerlendirilmesi söz konusu olduğunda da kullanılmaktadır. Bu sınıflamanın kullanıldığı durumlarda birden çok alanla ilgili soruların o alandaki matematik okuryazarlığı başarısını değerlendirmedeki payı tartışma konusu olabilir. Benzer tartışma, değerlendirmeye katılan bir öğrencinin başarılı-başarısız olduğu alan(lar)ın belirlenmesinde de yaşanabilir.

Matematik okuryazarlığı uygulamalarının kapsamını belirlemek için yapılan sınıflamalardan bir diğeri, problemlerin çözümünde aktive olan matematiksel yeterliklere göre yapılan sınıflamadır. Yeterlikler, bir soruyu çözmek için sunulan bağlamsal probleme matematiksel müdahalenin yapılması aşamasında aktif hale gelmesi beklenen bilişsel süreçlerdir (Saenz, 2009). Bu yeterlikler anlama ve ifade etme, akıl yürütme ve ispatlama, modelleme, işlem yapma, matematiksel araçları kullanma, sembolik dille ifade etme, çözüm stratejileri oluşturma ve kullanmadır (Dossey, McCrone, Turner ve Lindquist, 2008; Saenz, 2009). Uygulama kapsamında bu yeterliklerin her birine yer verme durumunda, herhangi bir yeterliğin uygulama içindeki hacmini belirlemede güçlük çekilebilir. Ayrıca, yeterlikler farklı problemlerde farklı düzeylerde aktive olabileceği için, öğrencilerin soruları çözerken yeterliklerden hangilerinde güçlük çektiklerinin belirlenmesinde karmaşa yaşanabilir. Örneğin modelleme yeterliğine, bir durumun değişkenlerle ifade edilmesini gerektiren bir problemde ihtiyaç duyulurken, bir formülden anlam çıkarma veya onu yorumlama ile ilgili problemde hiç ihtiyaç duyulmayabilir (Dossey vd., 2008). Bundan ötürü, yeterlikler üzerinden değerlendirme yapmak bazen amaca ulaşmayı güçleştirebilir. Bunun üzerine, benzer zorluk derecelerindeki soruları bir araya getirmek suretiyle matematik okuryazarlık beceri kümelerini tanımlamak ve bu beceri kümeleri üzerinden değerlendirme yapmanın daha iyi sonuç vereceği düşünülmüştür (OECD, 2013). Bu beceri kümeleri *üretici*, *ilişkilendirici* ve *yansıtıcı beceriler* olarak adlandırılmaktadır. *Üretici beceriler*; matematik süreçlerini ve problem tiplerini tanıma ve rutin işlemleri yapma ile ilgili becerilerdir. Bir algoritmanın veya formülün doğrudan kullanımını gerektiren rutin problemler bu gruba girerler. *İlişkilendirici beceriler*; öğrencilerin rutin problemlerin dışına çıkmalarını, farklı durumları yorumlamalarını ve bu durumlar arasında ilişki kurmalarını gerektiren problemlerde ihtiyaç duyulan becerilerdir. Bu tür becerileri gerektiren problemler genellikle orta güçlüktedir. *Yansıtıcı beceriler* ise; problemin çözümünde gerekli olan matematiksel bilgi ve becerilerin doğrudan ve açık olarak görülmediği durumlarda ihtiyaç duyulan bilgi ve becerileri belirlemeyi ve kullanmayı gerektiren becerilerdir. Bu kullanım şekilleri, düşüncenin yeniden organizasyonunu gerektirir. Yansıtıcı becerileri gerektiren problemler diğerlerine göre daha zordurlar (OECD, 2013, s. 28). Saenz (2009), bir problemin çözümünün üretici, ilişkilendirici ve yansıtıcı beceriler gerektirmesinin aynı zamanda karmaşıklık derecesinin de bir işaretçisi olduğunu; karmaşıklık derecesinin, problemlere doğru cevap verilme varyansının %50'den fazlasını açıkladığını belirtmiştir. Problemlerin bu şekilde sınıflandırılması Blum'un (kişisel iletişim, 27 Aralık 2013) da belirttiği gibi madde havuzunu oluşturmada işe yarayabilir, ancak bu sınıflama kuramsal bir sınıflamadır ve başarısızlığın nelerden ve nerelerden kaynaklandığı hususunda tam bir bilgi vermekten uzaktır.

PISA değerlendirmelerinde beklentileri tümüyle karşılayan bir soru tasnifi yapılamadığı için OECD, sınıflama arayışını sürdürmüştür. PISA 2012 uygulamalarında beceri kümeleri önemini yitirmiş bunun yerine sorular, problem çözme sürecindeki döngüde (mathematical processes) öne çıkan hususlar dikkate alınarak bir sınıflama verilmiştir (OECD, 2013). OECD kaynaklarında bu sınıflama (i)durumları, problemleri matematiksel olarak formüle etme, (ii)matematiksel kavramları, gerçekleri, yöntemleri kullanma ve akıl yürütme, (iii)matematiksel çıktıları yorumlama ve değerlendirme (OECD, 2013, s. 28) şeklinde yer almaktadır. Bir problemin çözümünde bunların hepsi yer almakta olup problemler, çözümünde hangisinin öne çıktığına bakılarak sınıflanmaktadır. Bununla birlikte bu sınıflamada da zaman zaman tereddütler yaşanmakta, sorunun hangi kategoride yer alacağı konusunda tereddüde düşülmektedir. Özetlenen bu sınıflamalarla matematik okuryazarlığı başarısını tümüyle açıklayabilmenin zorluğu, sınıflama arayışını gündemde tutmaktadır. Bu araştırma, daha kullanışlı olabilecek bir sınıflama sunmak suretiyle bu ihtiyacı karşılamayı hedeflemektedir.

Matematik Okuryazarlığı Değerlendirmelerinin Matematik Programlarına Yansımaları

Matematik okuryazarlığı üzerine PISA uygulamalarının başladığı 2000 yılından bu güne, farklı ülkeleri PISA kapsamında karşılaştıran birçok araştırma yürütülmüştür. Bu araştırmaların bir kısmı ülkeleri birçok değişken bakımından birbirleriyle karşılaştırma ve bunlardan yararlanarak bu değişkenlerden matematik okuryazarlığı başarıları üzerinde belirleyici olanları bulma amaçlıdır. Bu karşılaştırmaların çoğu herhangi bir ülkeyi matematik okuryazarlık başarı düzeyi yüksek olan ülkeler ile karşılaştırma şeklindedir. Örneğin Wood (2007), ABD ve Finlandiya'yı öğrencilerin öz düzenleme becerileri (inanç, motivasyon, öğrenme stratejileri) bakımından; Ross (2008) iki farklı kültürü temsil etmek üzere ABD, İngiltere ve Kanada'yı Japonya, Kore ve Hong-Kong ile motivasyon ve akademik başarı bakımından karşılaştırmıştır. Satıcı (2008) Türkiye ve Hong-Kong'u aile özellikleri ve öğrenme ortamı koşulları; Lydia ve Wilson (2009) ABD ve Hong-Kong'u matematik başarıları; Akyüz ve Pala (2010) Türkiye, Yunanistan ve Finlandiya'yı öğrenme ortamı koşulları; Liang (2010) ABD, Kanada ve Finlandiya'yı öğrenme ortamı özellikleri bakımından karşılaştırmıştır.

Alanla ilgili bir kısım çalışmalar da, matematik okuryazarlığı başarı düzeyi ile ilgilidir. Saenz (2009) matematik okuryazarlığı sorularını bağlamsal, işlemsel ve kavramsal şeklinde sınıflandırarak, İspanyol öğretmen adaylarının bunlardan hangisinde güçlük çektiklerini araştırmıştır. Bağlamsal soruların diğerlerine göre zor bulunduğunu ve PISA'daki üretici, ilişkilendirici, yansıtıcı sınıflamasının, soruların karmaşıklığının bir işaretçisi olduğu sonucuna varmıştır. İlbağı (2012) erişime açılan PISA sorularını kullanarak Türkiye'deki farklı okul türleri ve bölgesel başarıları karşılaştırmıştır ve sosyal ve ekonomik refah seviyesinin başarıya pozitif yönde katkı sağladığını rapor etmiştir. Altun ve Akkaya (2014) ilköğretim matematik öğretmenlerine yönelttikleri sorularla Türk öğrencilerin ne tür sorulara cevap vermekte güçlük çektiklerini tahmin ettiklerini ve öğretmenlerin bu güçlüklerin giderilmesine yönelik önerilerini incelemişlerdir. Öğretmenler ağırlıklı olarak öğrencilerin, matematik okuryazarlığı sorularına yabancı kaldıklarını, bu tür soruların ders kitaplarına girmesi gerektiğini belirtmişlerdir. Arıkan (2014), 2012 PISA uygulamasına katılan Türk öğrencilerin verilerini kullanarak matematik başarılarını açıklayan faktörleri regresyon analizi ile incelemiş ve matematik hakkındaki inançların ve motivasyonun diğer değişkenlere göre daha güçlü olduğu sonucuna varmıştır.

Özetlerden de anlaşılacağı gibi, yapılan araştırmalar ağırlıklı olarak OECD'nin yaptığı uygulamalardan elde edilen veriler üzerinde yapılmış olup katılan öğrencilerin aile ve ders çalışma ortamı ve psikolojik testlerle yapılan inceleme ile sınırlıdır. Doğrudan öğrencilerin sorularla yüz yüze getiren çalışmalar yetersiz sayıdadır. Bu çalışma öğrencilere matematik okuryazarlığı sorularının yöneltmiş olması ve verdikleri cevapların faktör analizine tabi tutulması suretiyle yeniden kümelendirilmesi bakımından diğer çalışmalardan farklılık göstermektedir. Faktör analizi, tek bir veri setindeki değişkenlerden birbiriyle ilişkili olanları, aralarındaki korelasyonlardan yararlanarak kümeleştirip, bunları faktörler olarak sunan bir analizdir. Böylece soru sayısına göre daha az sayıda (faktör sayısı kadar) değişken üzerinden dağılımı yorumlamak mümkün olur (Tabachnick ve Fidell, 2013, s. 612). Soruların bu analize göre yeni bir sınıflamaya tabi tutulmuş olması birçok yeni fırsat doğurabilir. Örneğin bu çalışma, süreç ağırlıklıdır ve süreç üzerinden yapılabilecek bir sınıflama hem matematik okuryazarlığı eğitiminin planlanması hem de sonuçların değerlendirilmesi aşamasında mevcut sınıflamalardan daha kullanışlı olabilir.

Çalışmanın Amacı

Bu çalışmanın amacı, öğrencilerin matematik okuryazarlığı sorularına verdikleri cevapları analiz etmek ve bu cevaplardan hareketle soruları faktörleştirmek sureti ile matematik okuryazarlığı başarılarını açıklamada kullanılmak üzere soru sayısına göre daha az sayıdaki temel bileşenleri belirlemektir. Burada merak edilen husus, öğrencilerin sorulara verdikleri cevaplara göre soruların yeni bir yapı/kategorilenme gösterip göstermeyeceğidir ve eğer gösterir ise bu yapının bileşenleri, matematik okuryazarlığı başarı düzeyinin açıklanmasında kullanılabilir.

Yöntem

Bu çalışmada, araştırma modeli olarak tarama modeli seçilmiştir. Tarama modelleri geçmişte ya da halen var olan bir durumu olduğu şekliyle betimlemeyi amaçlayan araştırma yaklaşımlarıdır ve araştırılan özelliğin bir değişime uğraması/uğratılması söz konusu değildir (Creswell, 2014; Fraenkel, Wallen ve Hyun, 2011). Araştırma kapsamında, herhangi bir öğretim yapılmaksızın sekizinci sınıf öğrencilerine matematik okuryazarlığı problemleri yöneltilmiş ve öğrencilerin bu problemleri doğru çözüme yüzdeleri tespit edilmiştir.

Analizler öğrencilerin her bir sorudan aldıkları puanlar üzerinden yürütülmüştür. Bundan ötürü, bu çalışma için betimsel tarama modeli uygun görülmüştür. Betimsel tarama, incelenen durumu derinlemesine tanımlamak, yorumlamak, sınıflamak, açıklamak ya da spesifik durumlar arasındaki ilişkileri belirlemek amacıyla yapılan çalışmalardır (Cohen, Manion ve Morrison, 2011, s. 256; Glass ve Hopkins, 1984).

Çalışma Grubu

Çalışma grubu, matematik okuryazarlığı sorusu seçme ve yazma konulu bir proje³ kapsamında yapılan seminere (30 saat) katılan 10 öğretmenin toplam 435 öğrencisinden oluşmaktadır. Öğretmenler seminere herhangi bir kriter olmaksızın kendi başvuruları ile kabul edildiklerinden dolayı, öğrenci seçiminde de bir yanlılık yoktur. Türkiye’de liselere giriş sınavı olarak bilinen Temel Eğitimden Ortaöğretime Geçiş Sınavından (TEOG) aldıkları ortalama matematik başarıları puanlarına göre Bursa ili genelinde yapılan sıralamada bu öğretmenlerin çalıştıkları okullardan üçü ilk 100’ün (29, 31, 54) içinde, dördü 100-200 aralığında (101, 146, 153, 200), üçü de 300-400 (336, 361, 362) aralığındadır. Bursa’da bu sınava katılan toplam 476 okul olduğu dikkate alındığında, Bursa örnekleminin kısmen üstünde bir grupta çalışılmıştır.

Araştırma Süreci

Veri toplama araçları kısmında tanıtılacak olan sorular, seminerin başında, öğrencilerine kendi kontrolleri altında bir saat süreyle uygulanmak üzere, öğretmenlere verilmiş ve daha sonra cevapları toplanmıştır. Öğrencilere uygulama öncesinde bir öğretim yapılmamış ve başka herhangi bir müdahalede bulunulmamıştır. Bu planlamaya uygun olarak 435 ortaokul sekizinci sınıf öğrencisine matematik okuryazarlığı sorularının uygulanmasıyla elde edilen veriler faktör analizine tabi tutularak başarıyı açıklayan değişkenler (temel bileşenler) belirlenmeye çalışılmıştır. Faktör analizi, verilerin ifade edildiği analitik sistemde eksen sistemine dönme vererek, bazı eksen veya eksenlerdeki ölçüm izdüşümlerinin varyansını maksimum yapmaya dayanır (Cohen vd., 2011, s. 678). Bu durumda toplam varyans aynı kalır, diğer eksenlerdeki izdüşümleri küçülür. Büyüyen varyanslardan ötürü sistem ayrışır ve daha kolay incelenebilir. Böylece birbirleriyle ilişkili değişkenler kümelenecek tek değişken (faktör) haline gelir ve veri grubu, ölçümde kullanılan değişken sayısına göre daha az sayıda değişkenle (faktörle) ifade edilme imkanı bulur (Cohen vd., 2011).

Veri Toplama Aracı

Çalışmanın veri toplama aracı Matematik Okuryazarlık Testi (MOT)’dir. MOT ikisi (Milletvekili, Boya) araştırmacılar tarafından hazırlanan, diğer sekizi PISA uygulamalarında kullanılan sorulardan seçilerek oluşturulmuş 10 sorudan oluşmaktadır. Bu soruların bazıları madde köklerine bağlı olarak iki ya da üç alt soru içermekte olup, her bir madde ayrı bir soru olarak ele alındığında, MOT toplam 17 sorudan oluşmaktadır. Araştırmada kullanılan her soruya bir ad verilmiş ve sorular metin içinde bu adlarla yer almıştır. Bu 17 sorudan 5 tanesi çoktan seçmeli, diğerleri açık uçlu sorulardır. Araştırmacılar tarafından yazılan sorular (Ek 1), yürütülmekte olan bir proje kapsamında yer alan çok sayıda soru arasından, öğretmen eğitimi sırasında ilgi çekmeleri dikkate alınarak seçilmişlerdir. Sorulardan biri (Milletvekili) toplumsal, diğeri (Boya) kişisel yaşamla ilgilidir (Ek 1). Diğer sorulara PISA ile ilgili kaynaklardan (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2012; OECD, 2013) ulaşılabilir. Soru metinlerinin anlaşılabilirliği ve sınıf düzeyine uygunluğunu kontrol etmek için sorular, araştırma

³ Bursa Milli Eğitim Müdürlüğü ve Uludağ Üniversitesi arasında yürütülen, “Matematik Öğretmenlerine Verilen PISA Matematik Okuryazarlık Eğitiminin Öğrenci Başarısına Etkisi” projesi, Proje No: KUAP(E)-2015/26.

öncesinde araştırma kapsamında olmayan 232 sekizinci sınıf öğrencisine uygulanmış ve her bir sorunun madde test korelasyonlarının, anlamlılık için kritik değer olarak kabul edilen (Tan, 1998) 0.20'nin üzerinde olduğu görülmüştür. Ayrıca, soruların çoğunun PISA uygulamalarında kullanılmış olması da iç geçerlik düzeylerinin yüksek olduğu hususunda bir kanıt olarak değerlendirilmiştir.

Soru seçiminde PISA'nın matematik okuryazarlığı ile ilgili mevcut sınıflamaları dikkate alınmıştır. Buna göre; beceri kümeleri, konu alanları, matematiksel süreçler, bağlamlar ve madde tipleri bakımından ana teması okuryazarlık başarı düzeyini ölçmek olan PISA uygulamalarında kullanılan ağırlıklara yakın olmasına dikkat edilmiştir (OECD, 2010, 2013, 2014, 2016). Soruların beceri kümeleri, konu alanları, süreçler ve bağlamlar bakımından dağılımları Tablo 1' de görülmektedir.

Tablo 1. Soruların Sınıflandırıldığı Kategoriler

Sorular	Beceri Kümeleri			Matematiksel İçerik				Matematiksel Süreçler			Bağlamlar			
	Üretici	İlişkilendirici	Yansıtıcı	Uzay ve Şekil	Değişim ve İlişkiler	Belirsizlik ve Veri	Nicelik	Formüle Etme	Akl Yürütme	Yorumlama	Bilimsel	Toplumsal	Mesleki	Kişisel
En İyi Araba1 (The Best Car1)	x						x		x			x		
En İyi Araba2 (The Best Car2)			x		x			x				x		
Milletvekili1 (Deputy1)	x						x		x			x		
Milletvekili2 (Deputy2)			x				x			x		x		
Kalp Atışı1 (Heartbeat 1)		x			x				x		x			
Kalp Atışı2 (Heartbeat 2)		x			x			x			x			
Test Puanları (Test Scores)		x				x				x			x	
Deprem (Earthquake)			x			x				x	x			
Boya (Paint)		x					x			x				x
Kaykay1 (Skateboard1)	x						x			x				x
Kaykay2 (Skateboard2)	x						x		x					x
Kaykay3 (Skateboard3)		x					x			x				x
Marangoz (Carpenter)		x		x					x					x
Boy1 (Heigh1)	x					x			x				x	
Boy2 (Heigh2)			x			x				x			x	
Boy3 (Heigh3)			x			x			x				x	
Petrol Sızıntısı (Oil Spill)			x	x					x		x			

Verilerin Analizi

Uygulamaya katılan 435 öğrencinin verdiği cevaplar PISA'nın yayınladığı rubrikler çerçevesinde okunmuş ve her soru için bu rubriklerin belirlediği seviyeler dikkate alınarak 0(boş ya da yanlış), 1(kısmen doğru), 2(doğru) puanlarından biri verilmiştir. Örnek olarak Test Puanları sorusunun rubriği (OECD, 2009b; MEB, 2011) ekte sunulmuştur (Ek 2). Sorular çalışmanın yazarları tarafından ayrı ayrı değerlendirilmiştir. Farklı puanlanan sorular tekrar incelenmiş ve fikir birliğine varılmıştır. Daha sonra başarıyı açıklayan değişkenleri belirlemek amacı ile öğrenci puanları faktör analizine tabi tutulmuştur. Faktör analizi yapmadan önce, dağılımların parametrik istatistiksel yöntemlerin kullanımına uygun olup olmadığı test edilmiştir. Bu amaçla, her bir veri grubunun normalliğine bakılmış, ortalama, ortanca, mod, basıklık, çarpıklık değerleri hesaplanmıştır. Ayrıca tüm veriler için küresellik testi yapılmıştır (Can, 2012; Pallant, 2001). Veri yapısının faktör analizine uygun bulunması ($X^2_{(136)}=808,679$; $p<0,05$) üzerine analiz gerçekleştirilmiştir (Cohen vd., 2011). Faktörlerin kararlılığını test etmek için, veri grubundan seçilen alt gruplara tekrar faktör analizi uygulanmıştır. Faktörlere karar verdikten sonra faktörlerin adlandırılmasına geçilmiştir. Tablo 4'teki faktör yükleri ve soru metinleri beş alan akademisyenine verilmiş ve faktör isimleri ile ilgili önerileri yazılı olarak alınmıştır. Daha sonra düzenlenen ortak oturumda nihai isimlere karar verilmiştir. Oturuma katılan akademisyenler matematik eğitimi alanında çalışmalar yapan, İleri Nicel İstatistiksel Analizler dersini almış ve matematik okuryazarlığı konusunda bilgi sahibi olan kişilerdir.

Bulgular

Bu kısımda, çalışmaya katılan öğrencilere uygulanan MOT ile ilgili betimsel istatistikler verilmiş, daha sonra MOT'tan elde edilen sonuçlara uygulanan faktör analizine ilişkin bulgulara yer verilmiştir.

Tablo 2. MOT Soruları ile İlgili Betimleyici İstatistikler

Sorular	Ortalama	Standart Sapma
En İyi Araba1 (The Best Car 1)	1,71	,709
Boy1 (Height 1)	1,32	,949
Kaykay1 (Skateboard1)	1,23	,898
Kaykay2 (Skateboard2)	,92	,998
Deprem (Earthquake)	,92	,998
Kaykay3 (Skateboard3)	,72	,962
Marangoz (Carpenter)	,70	,836
Boy3 (Height 3)	,61	,921
En İyi Araba2 (The Best Car 2)	,49	,857
Test Puanları (Test Scores)	,38	,783
Milletvekili1 (Deputy 1)	,34	,608
Petrol Sızıntısı (Oil Spill)	,28	,696
Boya (Paint)	,27	,677
Kalp Atışı1 (Heartbeat 1)	,20	,598
Boy2 (Height 2)	,17	,454
Milletvekili2 (Deputy 2)	,06	,319
Kalp Atışı2 (Heartbeat 2)	,06	,328

Öğrencilerin soru başına elde ettikleri ortalama puanlar ve standart sapmalar Tablo 2'de verilmiştir. Sorulara verilen cevapların ortalamalarının 2 üzerinden 0.06 ile 1.71 arasında değiştiği görülmüştür. Tablo 2'de görüldüğü üzere, üç soruda %50'nin üzerinde başarı (doğru cevaplama) elde edilmiştir. Altı soruda %50 ile %25 arasında, kalan sekiz soruda ise %25'in altında başarı gösterilmiştir. Milletvekili2 ve Kalp Atışı2 sorularında başarı oranının çok düşük olduğu dikkat çekmektedir.

Faktör analizinde, veri kümesindeki her değişkenin dağılımının normale uygun olması önemli değildir (Tabachnick ve Fidell, 2013, s. 618). Zorluk derecesi yüksek sorulardan ötürü, her soruya verilen cevapların normal dağılım göstermesi mümkün olmayabilir. Bununla birlikte değişkenler normal dağılım gösteriyor ise çözüm daha güçlü hale gelir (Tabachnick ve Fidell, 2013, s. 618). Ortalama puanlar için hesaplanan mod (0,625), medyan (0,625), aritmetik ortalama (0,605) değerlerinin birbirlerine yakınlığı ve çarpıklık (0,409) ve basıklık (-0,130) katsayılarının 0 ile 1 arasında olması (Morgan, Leech, Gloeckner ve Barret, 2004) verilerin normal dağılıma uygun olduğunu göstermiştir. Verilerin küreselliğine ilişkin hesaplanan X^2 değeri ($X^2_{(136)}=808,679$; $p<0,05$) de verilere faktör analizi uygulanabileceğini göstermiştir. Soru bazında hesaplanan madde test korelasyonları 0,20 ile 0,47 arasında, yine soru bazında hesaplanan Cronbach's Alpha değerleri 0,70 ile 0,73 arasında çıkmıştır. Bu istatistiksel değerler soruların her birinin ve testin tümünün geçerli ve güvenilir olduğunu göstermektedir (Çokluk, Şekercioğlu ve Büyüköztürk, 2014).

Yapılan analiz sonucunda, MOT'taki 17 sorudan Marangoz sorusu hem birden çok faktörde kabul düzeyinden (0,32) yüksek yük değerine sahip olduğu hem de bu yük değerleri arasındaki fark(lar) 0,10 dan küçük olduğu (Tablo 4) için madde binişik olarak değerlendirilmiş (Tabachnick ve Fidell, 2013) ve faktörlerin belirlenmesinde göz ardı edilmiştir (Çokluk, vd., 2014). Hesaplanan öz değerlerin 1'den büyük olması esas alındığında, altı faktörlü bir yapı ortaya çıkmış ve bu altı faktörün, toplam varyansın %53,59'unu açıkladığı görülmüştür. Faktörler ve açıkladıkları varyans miktarları Tablo 3' te verilmiştir.

Tablo 3. Varyans Değerleri

Faktörler	Toplam	% Varyans	Kümülatif %
1	2,018	11,873	11,873
2	1,625	9,561	21,434
3	1,410	8,292	29,726
4	1,390	8,177	37,903
5	1,384	8,139	46,042
6	1,283	7,548	53,590

Faktör yük değeri, değişkenle faktör arasındaki korelasyon değeridir (Can, 2012). Bir değişkenin ilişkili bulunduğu faktörün bileşeni olarak ele alınabilmesi için, faktöre katkısının %10 veya daha yüksek olması beklenir. Bu ölçüde bir katkı 0,33 ve daha yüksek faktör yükleri ($0,33^2=0,10$) ile sağlanabilir (Tabachnick ve Fidell, 2013; Tatlıdil, 2002). Faktör bileşenlerini daha kolay görülebilmesi için, faktör yükünün zayıf kabul edildiği 0,30 ve altındaki değerler silindiğinde matematik okuryazarlığı başarısının toplam altı faktörle açıklandığı ve her bir faktörün en az iki bileşeni olduğu görülmektedir (Tablo 4).

Tablo 4. Faktörler ve Bileşenleri

Sorular	Faktörler*					
	1	2	3	4	5	6
Boy1	,714					
Kaykay1	,624					
Boy3	,592					
Kaykay3	,491	,312				
Test Puanları		,696				
Milletvekili1		,601				
Kaykay2		,523				
Marangoz		,425	,417			,417
Boy2			,696			
Petrol Sızıntısı			,680			
Milletvekili2				,729		
Kalp Atışı1				,680	,312	
En İyi Araba2	,303			,549		,311
Boya					,721	
Kalp Atışı2					,648	
Deprem					,302	,761
En İyi Araba1	,342					,525

* Faktör bileşeni olarak değerlendirilen soruların faktör yükleri koyu olarak yazılmıştır.

Analiz sonucunda elde edilen altı faktör, toplam başarının yaklaşık %54'ünü açıklamaktadır ve bu değer çok faktörlü desenlerde açıklanması beklenen varyansın %40 ile %60 arasında olması gerektiği bilgisi (Tavşancıl, 2014) ile uyumludur. Analiz sonuçları (Tablo 4), matematik okuryazarlığı için altı faktörlü bir yapı ortaya koymuştur. Tablo 4'te faktör yüklerinin biri dışında her birinin 0,50 ve daha yüksek olması, bileşenlerin güçlü olduğunu göstermektedir.

Verilerin Analizi başlığı altında bahsedildiği üzere faktörlerin adlandırılmasında bir akademik grup çalışması yapılmıştır. Bu çalışmada, soruların içerikleri ve faktör yükleri dikkate alınmıştır. Daha büyük faktör yüküne sahip olan maddelerin içeriği ve madde ile faktörün diğer bileşenleri arasındaki fark adlandırmada etkili olmuştur. Faktör isimleri için sırasıyla şu önerilerde bulunulmuştur: Birinci faktör için "temel işlem becerisi, işlemsel yeterlikler, algoritmik işlem yapma" isimleri önerilmiştir. İkinci faktör için "metinden anlam çıkarma, okuduğunu anlama ve açıklama, matematiksel içeriğe hakim olma, zengin matematiksel içeriğe hakim olma" gibi isimler önerilmiştir. Üçüncü faktör için "matematiksel çıkarımda bulunma, metindeki matematiksel bilgiyi yorumlama, yorumu matematiksel olarak ifade etme, matematiksel sonuç çıkarma" isimleri önerilmiştir. Dördüncü faktör için "matematiksel modelleme, matematik modelini çıkarma, matematiksel modeli yorumlama, matematiksel öneri geliştirme ve geliştirilmiş öneriyi yorumlama" isimleri önerilmiştir. Beşinci faktör için "matematiksel modelde değişiklik yapma, matematiksel sonucu yaşam için yorumlama, yaşamsal durumun matematik dilindeki karşılığını anlama" isimleri önerilmiştir. Altıncı faktör için "matematik dilinin yaşamdaki karşılığını anlama" ismi önerilmiştir. Önerilen isimler üzerinde tartışma açılmış ve şu isimlerde karar birliğine varılmıştır. (i) Algoritmik işlem yapma, (ii) zengin matematiksel içeriğe hakim olma, (iii) matematiksel çıkarımda bulunma, (iv) matematiksel öneri geliştirme ve/veya geliştirilmiş öneriyi yorumlama, (v) yaşamsal durumun matematik dilindeki karşılığını anlama, (vi) matematik dilinin yaşamdaki karşılığını anlama.

Çalışmadan elde edilen bulgulara göre, öğrencilerin bu faktörlerde başarılı olma oranları sırasıyla; algoritmik işlem yapma faktöründe %54, zengin matematiksel içeriğe hakim olma faktöründe %29, matematiksel çıkarımda bulunma faktöründe %14, matematiksel öneri geliştirme ve/veya geliştirilmiş öneriyi yorumlama faktöründe %13, yaşamsal durumun matematik dilindeki karşılığını anlama faktöründe %8, matematik dilinin yaşamdaki karşılığını anlama faktöründe %66 şeklinde belirlenmiştir.

Tartışma ve Sonuç

Bu bölümde çalışma, kullanılan istatistiksel yöntem ve ölçme aracının özellikleri, faktörlerin adlandırılması ve faktörlerin (temel bileşenlerin) yeterli kümeleri ile ilişkileri olmak üzere üç açıdan ele alınmıştır.

İstatistiksel Yöntem ve Ölçme Aracının Özellikleri

Matematik okuryazarlığı ile ilgili literatürde yöntem olarak bu çalışma ile benzerlik gösteren çalışmalar vardır: Örneğin; Akyüz ve Pala (2010) Türkiye, Yunanistan ve Finlandiya'nın matematik okuryazarlığı başarısına etki eden aile ve sınıf ortamı ile ilgili değişkenlerin güçlerini faktör analizi ile; Arıkan (2014) matematik okuryazarlığını etkileyen faktörleri regresyon analizi ile ortaya koymuşlardır. Saenz (2009), öğrencilerin matematiksel bilgiyi işlevsel hale getirebilmesi için problem çözme süreçlerinin daha detaylı istatistiksel analizlere tabi tutulmasına ihtiyaç olduğunu rapor etmiştir. Bu noktadan hareketle seçilen istatistiksel analizin literatürle tutarlı olduğu söylenebilir.

Bu çalışmada kullanılan ölçme aracının (MOT) kapsamının belirlenmesinde PISA uygulamalarında yer verilen konu alanlarının (Uzay ve Şekil, Değişim ve İlişkiler, Belirsizlik ve Veri, Nicelik) her biri dikkate alınmış ve sayıca, alanı temsil edebilecek çoklukta soru olmasına özen gösterilmiştir (Tablo 1). Ayrıca sorularda, beceri kümelerinin her birinin (üretici, ilişkilendirici ve yansıtıcı (OECD, 2010) temsil edilmesine dikkat edilmiştir. Testte yer alan soruların beş tanesi üretici, dokuz tanesi ilişkilendirici ve üç tanesi yansıtıcı becerilerle ilgilidir. Süreç becerilerinin (formüle etme, uygulama, değerlendirme) her birine de MOT' ta yer verilmiştir. Bu kapsam dikkate alındığında MOT' un kapsam geçerliğinin sağlandığı düşünülebilir.

Normallik testleri ve küresellik testi sonuçları, faktör analizinin bu çalışma için doğru bir işlem olduğunu ve sonuçlarına itibar edilebileceğini göstermiştir. Ayrıca faktör analizinde veri sayısının bir önemi vardır ve küçük örneklemelerde veri sayısının, değişken sayısının en az 10 katı kadar olması önerilir (Çokluk, vd., 2014; Pallant, 2001). Bu çalışmada değişken sayısı 17, veri sayısı 435 olduğu için her iki koşul da sağlanmaktadır. Bazı kaynaklarda (Tatlıdil, 2002) da değişken sayısından bağımsız olarak veri sayısının en az 300 olması halinde kararlı sonuçlara ulaşılabileceği belirtilmektedir. Çalışmanın parametreleri bu ölçüleri de karşılamaktadır.

Değişken sayısının 40'tan az ve örneklem boyutunun büyük (>200) olması durumunda, varyans düzeyleri orta, iyi, çok iyi, mükemmel olarak değerlendirilen bileşenlerin oluşturduğu faktörler güvenilirdir (Tabachnick ve Fidell, 2013, s. 649). Bu araştırmanın parametreleri bu bilgi ile uyumludur. Ayrıca bu çalışmada 435 veri içinden random yoluyla seçilen 300-350 veriden oluşan alt gruplara aynı işlem uygulanmış (Tabachnick ve Fidell, 2013) ve oluşan faktörlerde ciddi bir değişiklik gözlenmemiştir. Bu uygulamalarda açıklanan toplam varyans payı 0,49 ile 0,54 arasında değişmiş ve bazı örneklemelerde, bu analizde elde edilen altı faktör yerine beş faktör olduğu görülmüştür. Beş faktörlü yapılar, altı faktörlü yapı ile karşılaştırıldığında birinci ve ikinci faktörlerin tek faktör olarak birleştikleri, diğer faktörlerin ise her denemede korunduğu gözlenmiştir. Birinci ve ikinci faktör içerikleri itibariyle karşılaştırıldığında bu faktörlerdeki sorular, algoritmik işlemlerle çözülebiliyor olması bakımından benzerlik göstermektedirler. İkinci faktörü oluşturan sorular birinci faktörü oluşturan sorulara göre daha uzun metinlere dayalıdır ve onların çözümden önce okunup anlaşılması öğrenciler için bir zorluk kaynağı olabilir. Bu benzerlik dikkate alındığında birinci ve ikinci faktörlerin bir araya gelişi veya birbirlerinden ayrılışı izah edilebilir bir durum olarak değerlendirilmiştir. Bu kısmi değişkenliğe rağmen diğer faktörlerin korunmuş olması, bulunan faktörel yapının kırılğan olmadığının bir işareti olarak değerlendirilmiştir (Tabachnick ve Fidell, 2013).

Faktör yapılarının değerlendirilmesinde bileşenlerden, faktör yükü 0,32 üzerinde olanlar yorumlanabilir bileşenler olarak değerlendirilir (Tabachnick ve Fidell, 2013). Tabachnick ve Fidell'in (2013, s.654) Comrey ve Lee'den (1992) aktardıkları bilgilere göre faktör yükü 0,71 ve üzeri mükemmel, 0,63 ve üzeri çok iyi, 0,55 ve üzeri iyi, 0,45 ve üzeri orta olarak değerlendirilir. Bu çalışmadaki faktör yükleri incelendiğinde açıkladıkları varyans düzeyleri *mükemmel*, *çok iyi*, *iyi* veya *orta* olarak değerlendirilebilir (Çokluk vd., 2014). Bu durum, soruların gücü lehine yorumlanmış ve faktörleri

adlandırmada her bir sorunun içeriğinin dikkate alınması (Cohen vd., 2011) gerektiğini düşündürmüştür. Bu değerlendirmeler ışığında, faktörlerin adlandırılması aşağıdaki şekilde yapılmıştır:

Faktörlerin Adlandırılması

Faktör 1: Bu faktörü oluşturan dört soru, aritmetik ortalamanın nasıl hesaplandığı bilgisi, bir verinin ortalamaya etkisi, verilen bir fiyat listesinden en ucuz ve en pahalı seçeneklerin belirlenmesi ve yine verilen bir fiyat listesinden miktarı belirli bir para (sınırlı bütçe) ile yapılabilecek en iyi alım şekli ile ilgiliydi. Bu soruların çözümlerinde yapılacak işlemler kolay anlaşılan, sıralı işlemlerden ibarettir. Öğrencilerin, bu faktörün bileşenleri olan sorulardaki başarı düzeyi diğerlerine göre yüksektir. Bu sonuç Saenz'in (2009) öğretmen adaylarının işlemsel sorularda, bağlamsal ve kavramsal sorulara göre daha başarılı oldukları sonucu ile paralellik göstermektedir. Faktörü oluşturan bileşenlerin faktörle ilişkilerinin mükemmel, çok iyi, iyi ve orta (Tablo 4) düzeyde olduğu görülmektedir (Tabachnick ve Fidell, 2013, s. 654). Yaklaşık %54 olan toplam varyans içinde payı %12 olan bu faktöre *algoritmik işlem yapma* faktörü adı verilmiştir. Faktör 2: Bu faktörde yer alan Test Puanları sorusunda verilen iki grafiği karşılaştırma ve farkı ortaya koyma, Milletvekili1 sorusunda bir seçim kuralını okuyup anlama ve işlem yaparak sonuç bulma, Kaykay2 sorusunda verilen tablodan toplam on iki tane olan seçeneği düzenli olarak listeleme ile ilgiliydi. Başarıyı açıklamada yaklaşık %10 varyans payına sahip bu faktörün bileşenleri olan sorular, çözümleri çok zor olamamalarına rağmen soru metinleri veya çözümleri uzundu ve soru metinleri çözümde etkisi olmayan notasyonlar içermektedirler. Özetle bu sorular, zengin matematiksel içeriğe sahiptirler denilebilir. Soruların faktörle ilişkileri çok iyi, iyi ve orta düzeydedir (Tabachnick ve Fidell, 2013, s. 654). Bu faktöre *zengin matematiksel içeriğe hakim olma* faktörü adı verilmiştir.

Faktör 3: Bu faktör Boy2 ve Petrol Sızıntısı sorularından oluşmaktaydı. Toplam varyans içindeki payı yaklaşık % 8 olan bu faktörün bileşeni olan sorulardan ilki aritmetik ortalamayı konu alan bir bağlamdan yapılmış bulunan dolaylı çıkarımların doğru veya yanlış olduğunu belirleme, ikincisi ise haritadaki çizgi ölçeği kullanarak geometrik olmayan bir lekenin alanını geometrik şekillerle denkleştirerek tahmin etme ile ilgiliydi. Tahmin sürecinde seçilen geometrik şekiller farklılık gösterebilmekte idi ve sorunun birçok çözüm yolu vardı. Bu iki sorunun ortak yanı mevcut matematik birikimden yararlanarak bir hedefe yönelik çıkarımda bulunma veya yapılmış çıkarımı değerlendirme olarak özetlenebilir. Bundan ötürü bu faktöre *matematiksel çıkarımda bulunma* faktörü adı verilmiştir. Soruların faktörle ilişkileri çok iyi düzeydedir (Tabachnick ve Fidell, 2013, s. 654).

Faktör 4: Bu faktör üç sorudan oluşmaktadır. Bu üç sorudan Milletvekili2 sorusu bir seçim bölgesinden çıkarılacak milletvekili sayısını belirlemede esas alınan D'Hont seçim sistemi kurallarında, istenen duruma hizmet edecek şekilde değişiklik yapılması ile ilgiliydi. En İyi Araba2 sorusu ise arabaların özelliklerine göre ağırlıklandırılmış puanlama formülünde, seçilen bir markayı birinci yapmak için değişiklik yapılması ile ilgiliydi. Üçüncü soru olan Kalp Atışı1 sorusunda, öğrencilerin değişken içeren iki farklı eşitliği karşılaştırıp bir karar açıklamaları beklenmekteydi. Bu özellikleri dikkate alınarak bu faktöre *matematiksel öneri geliştirme ve/veya geliştirilmiş öneriyi yorumlama* faktörü adı verilmiştir. Soruların faktörle ilişkileri mükemmel, çok iyi ve iyi düzeydedir (Tabachnick ve Fidell, 2013, s. 654).

Faktör 5: Bu faktörde yer alan iki sorudan Boya sorusunun özelliği, kolay bulunabilecek birçok çözümün arasından soru kökündeki parametrelere uygun olanın seçilmesini gerektirmesidir. Öğrencilerden, okul matematiğinde alıştıkları gelenekten sıyrılıp, parametreleri dikkate alarak çözümün yaşam için bir değerlendirmesini yapmaları beklenmekteydi. Kalp Atışı2 sorusunda ise, verilen matematiksel bir bağıntıya, belirlenen hedefe yönelik bir değişimin yansıtılması beklenmekteydi. Faktör yükleri, soruların faktörle ilişkileri mükemmel ve çok iyi düzeyde çıkmıştır (Tabachnick ve Fidell, 2013, s. 654). Bu faktöre *yaşamsal durumun matematik dilindeki karşılığını anlama* faktörü adı verilmiştir.

Faktör 6: Faktörü oluşturan iki sorudan Deprem sorusunda, deprem olma olasılığı ile ilgili bir matematiksel oran verilmiş, bundan çıkarılabilecek muhtelif anlamlardan doğru olanın bulunması istenmiştir. Bu sorunun dikkat çeken yanı matematik dilinin yaşamsal dile çevrilme becerisini gerektirmesidir. Daha az bir faktör yükü ile bu faktöre destek veren En İyi Araba1 sorusunda ise öğrencilerden ağırlıklı puan hesaplaması yapmaları beklenmekteydi. Bu soruların sıradan algoritmik işlem gerektiren sorulardan farkı, hesap içeriğini etkilememekle beraber öğrenciye yabancı gelebilecek kodlar içermesiydi. Soruların ilki mükemmel, ikincisi orta derecede faktör yüküne sahiptiler (Tabachnick ve Fidell, 2013, s. 654). İlk sorunun baskınlığı dikkate alınarak bu faktöre *matematik dilinin yaşamdaki karşılığını anlama* faktörü adı verilmiştir.

Faktörler birlikte ele alındığında Tablo 1’de verilen faktörler, matematik okuryazarlığı ile ilgili literatürde mevcut sınıflamalardan (beceri kümeleri, konu alanları, matematiksel süreçler, bağlamlar) farklı bir sınıflama ortaya koymaktadır. Bu durum, bu çalışmada sorulara bir başka açıdan bakıldığını ve çözümlerinin gerektirdiği zihinsel eylemlerle ilgili bir yapının ortaya konulduğunu göstermektedir. Bu yapıya faktör analizinin temelinde yatan istatistiksel analiz olan *temel bileşenler analizi (main component analysis)* dikkate alınarak “*matematik okuryazarlığının temel bileşenleri*” adı verilebilir. Bu bileşenler; (i) algoritmik işlem yapma, (ii) zengin matematiksel içeriğe hakim olma, (iii) matematiksel çıkarımda bulunma, (iv) matematiksel öneri geliştirme ve/veya geliştirilmiş öneriyi yorumlama, (v) yaşamsal durumun matematik dilindeki karşılığını anlama, (vi) matematik dilinin yaşamdaki karşılığını anlama olarak belirlenmiştir. Burada ulaşılan temel bileşenler (faktörler) ve matematik okuryazarlığı ile literatürdeki sınıflamalar birlikte ele alındığında, temel bileşenlerden oluşan bu yapının beceri kümelerini (üretici, ilişkilendirici, yansıtıcı) ve matematiksel süreçleri (formüle etme, akıl yürütme, yorumlama ve değerlendirme) esas alan sınıflamalara göre *sınırlarının ayırık ve daha kolay belirlenebilir* olduğu görülmektedir. Bu yönüyle, bu sınıflama matematik okuryazarlığı uygulamalarını planlamada, matematik okuryazarlığı sorusu yazmada ve öğrencilerin başarı düzeyini değerlendirmede (hangi bileşende başarılı, hangisinde başarısız olduğu) diğer sınıflamalara göre daha kullanışlı olabilir. Öğretim içeriğinin matematik okuryazarlığı bakımından desteklenmesi de, başarısız olunan bileşenler dikkate alınarak sağlanabilir. İlgili literatüre bu açıdan katkı yapması beklenebilir.

Faktörlerin (Temel Bileşenlerin) Yeterlik Kümeleri ile İlişkileri

Matematik okuryazarlığı soruları ile ilgili sınıflamalardan biri de çözümün gerektirdiği yeterliklere göre yapılan sınıflamadır. Bunlar OECD’de (2009a, 2010) ifade edilmiş olup “sembolik, formal ve teknik dil ve işlemleri kullanmak, tartışma ve irdeleme, problem kurma ve çözme, düşünme ve akıl yürütme, modelleme, temsil, iletişim, matematiksel araçları kullanma” şeklindedir. Faktörlerin, OECD’nin (2009a, 2010) tanımladığı yeterlikler üzerinden değerlendirilmesi bazı açık sonuçlar doğurabilir. Öğrencilerin %50’den fazlasının başarılı olduğu birinci (algoritmik işlem yapma) ve altıncı (matematik dilinin yaşamdaki karşılığını anlama) faktörler altındaki sorular matematik okuryazarlığı ile ilgili *sembolik, formal ve teknik dil ve işlemleri kullanmak* yeterliği kapsamındaki “semboller ve formüller içeren ifadeleri anlamlandırabilmek”, “değişkenleri kullanabilmek”, “denklemleri çözebilmek ve hesaplamaları yapabilmek” (OECD, 2009a, 2010) ifadeleri ile uyum içindedir. Öğrencilerin bu faktörlerdeki soruların gerektirdiği bilgi ve beceriyi yeterli düzeyde kazandığı anlaşılmaktadır. Türk öğrencilerin başarı düzeylerinin düşük olarak nitelenebileceği ikinci faktör (zengin matematiksel içeriğe hakim olma) altındaki sorular matematik okuryazarlığı ile ilgili *tartışma-irdeme* yeterliği kapsamındaki “farklı tür matematiksel hipotezlerdeki zinciri takip edip değerlendirmek” (OECD, 2009a, 2010) ifadesi ile uyum göstermektedir. Bu sonuç, öğretim içeriğinde ve problemlerde zengin matematiksel anlatımlara yer verilmesinin ve öğrencilerde bu tür metinlere aşinalık kazandırılmasının bir ihtiyaç olduğunu düşündürmektedir. Bu ihtiyaç, matematik ders kitaplarına bağlamsal sorular, matematiksel içeriğe sahip metinler eklemek ve bunlarla ilgili sorular sormak, tartışmalar açmak suretiyle giderilebilir.

Ortalama başarı düzeyleri düşük olan üçüncü, dördüncü ve beşinci faktörler için durum şöyle değerlendirilebilir: Üçüncü faktör altındaki Petrol Sızıntısı sorusu *problem kurma ve çözme* yeterliği kapsamındaki “farklı tipte matematiksel problemler tanımlamak ve farklı tipteki soruları farklı yöntemlerle çözmek” (OECD, 2009a, 2010) ifadesi ile uyumludur. Boy2 sorusu ise *düşünme ve akıl yürütme (muhakeme etme)* yeterliği kapsamındaki “farklı tanımları birbirinden ayırt edebilmek” ve “eldeki matematiksel kavramların sınırlarını ve yönlerini anlamak”(OECD, 2009a, 2010) ifadeleri ile uyumludur. Sonuç olarak bu faktör altındaki soruların, matematik okuryazarlığı yeterliklerinden düşünme ve akıl yürütme (muhakeme etme) ile problem kurma ve çözme yeterliklerini ölçtüğü söylenebilir. Bu sorular ve ilişkilendirildikleri yeterlik ifadeleri öğrencilerin bir problemin çözümünde mevcut matematik bilgi ve becerilerin hangilerini nerelerde kullanılacağını kestirebilmesi ve kullanması, kullanılmış olanların hangilerinin doğru bir kullanım olduğunu anlaşılması hususunda yetersiz olduklarını ortaya koymaktadır. Bu güçlük bilginin oluşumu, soyutlanması ve pekiştirilmesi ile ilgili RBC+C modelindeki “+C” nin anlattığı pekiştirme (consolidation) nin ikinci türü olan, “bilgiyi başka bir bilginin üretiminde kullanma (Altun ve Yılmaz, 2008)” çalışmaları ile aşılabılır.

Dördüncü faktör altında yer alan Milletvekili2, En İyi Arba2 ve Kalp Atışı1 soruları matematik okuryazarlığı ile ilgili *modelleme* yeterliği kapsamındaki “durumları modelleyerek yapılandırmak” ve “matematiksel modellerle çalışmak, modelin doğruluğunu incelemek, yansıtmak ve analiz edip modeli ve sonuçlarını (sınırlılıkları ile birlikte) kritik etmek” (OECD, 2009a, 2010) ifadeleri ile uyumludur. Bu soruların modelleme yeterliğini ölçtüğü söylenebilir. Öğrencilerin yaşamsal bir problemin çözümü için matematiksel bir öneri sunamadıkları veya önerilerini matematik dili ile ifade edemedikleri anlaşılmaktadır. Bu husus İskenderoğlu ve Baki'nin (2011) belirttiği gibi, bir soruna matematiksel bir çözüm önerisi sunma, Türk öğrencilerin alışık olmadıkları bir durumdur. Bundan ötürü matematiksel öneri geliştirmeye uygun bağlamsal soruların matematik ders kitaplarına kazandırılması bir ihtiyaç olarak belirmektedir.

Beşinci faktör altındaki sorular, matematik okuryazarlığı ile ilgili *modelleme* yeterliği kapsamındaki “gerçeği matematiksel yapıya dönüştürmek” (OECD, 2009a, 2010) ifadesi ile uyum göstermektedir. Yani öğrenciler doğal (yaşamsal) bir dille ifade edilen durumun matematik karşılığını bulma veya bulunan matematik karşılığın doğruluğunu anlama konusunda yetersiz görünmüşlerdir. Sonuç olarak bu durum da dördüncü faktörde olduğu gibi, modelleme yeterliğindeki bir eksikliği düşündürmektedir. Bu sonuç, Saenz'in (2009) matematiksel tartışmaların doğal bir dille ifade edilmesinin, sayılar ve formüllerle ifade edilmesinden zor olduğu bulgusunu desteklemektedir. Bu noktadaki eksiklik ders kitaplarının modelleme sorularını içerecek şekilde zenginleştirilmesi ile kısmen giderilebilir. Ayrıca, Polya'nın (1957) problem çözme sürecinin safhaları içinde yer verdiği, çözümün değerlendirilmesi (looking back) ile ilgili “problemin benzer başka bir modelini ifade et ve onu çöz” maddesi kapsamındaki çalışmaların da bu eksikliği gidermede yararı olabilir.

Öğrencilerin her bir faktöre yönelik başarı oranları dikkate alındığında sırasıyla; yaşamsal durumun matematik dilindeki karşılığını anlama, matematiksel öneri geliştirme ve/veya geliştirilmiş öneriyi yorumlama ve çıkarımda bulunma bileşenlerinde zorlandıkları görülmektedir. Bu bileşenleri zengin matematiksel içeriğe hâkim olma izlemektedir. Öğrencilerin başarılı bulunduğu bileşenler ise matematik dilinin yaşamdaki karşılığını anlama ve algoritmik işlem yapma olarak belirlenmiştir. Bu değerlendirmeler, bu ve benzeri gruplarda öğretim sırasında matematiksel ifadesi verilmiş problemlerle yetinilmesi gerektiğini işaret etmektedir. Öğretim çalışmalarında öğrencilerin, problemin ortaya çıktığı veya çıkabileceği bağlamlarla karşılaştırılması, matematiksel içeriğe sahip metinler üzerinde çalışarak problem tanımlamaya ve ifade etmeye yer verilmesi gerekmektedir. Ayrıca çözüme ulaşıldığında, çözümün hangi koşullarda anlamlı olduğu, eğer bir örüntü veya ilişkiye ulaşılmış ise sonucun matematiksel notasyonlarla nasıl ifade edileceği (modelleme), çalışılan problemin başka ne tür problemleri düşündürdüğü, onların çözümünün nasıl yapılabileceği hususlarında tartışmalara yer verilmelidir..

Bu çalışmada ortaya konan matematik okuryazarlığının temel bileşenleri, matematik okuryazarlığı uygulamalarının/değerlendirmelerinin ve öğrencilerin matematik okuryazarlığı başarı düzeylerinin belirlenmesinde kullanılmakta olan mevcut sınıflamalardan farklı bir bakış açısı ile yeni bir sınıflama sunmaktadır. Bu bileşenler üzerinden yapılan bu sınıflama her iki kullanım alanı için de nitelikli fırsatlar sunabilir. Bu alışma, dört konu alanından toplam 17 madde ile sınırlıdır. Daha çok sayıda ve çeşitlilikle sorularla yapılabilecek benzer araştırmalar ile matematik okuryazarlığı sorularının temel bileşenleri için daha kararlı yapılar ortaya koyabilir. Bu kararlı yapılar, matematik okuryazarlığı leği geliştirilmesine de katkı sağlayabilir.

Kaynakça

- Akyüz, G. ve Pala, N. M. (2010). PISA 2003 sonuçlarına göre öğrenci ve sınıf özelliklerinin matematik okuryazarlığına ve problem çözmeye etkisi. *İlköğretim Online*, 9(2), 668-678.
- Altun, M. ve Akkaya, R. (2014). Matematik öğretmen adaylarının PISA matematik okuryazarlık beceri düzeylerinin incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Dergisi*, 29(1), 19-34.
- Altun, M. ve Yılmaz, A. (2008). Lise öğrencilerinin tam değer fonksiyonu bilgisini oluşturma süreci. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 41(2), 237-271.
- Arıkan, S. (2014). A regresion model with a new tool: IBD analyzer for identifying factors predicting mathematics performance using PISA 2012 indices. *US-China Education Review A*, 4(10), 716-727.
- Breakspear, S. (2012). The policy impact of PISA: An exploration of the normative effects of international benchmarking in school system performance. *OECD Education Working Papers*, No.71, OECD Publishing.
- Can, A. (2012). *SPSS ile bilimsel araştırma sürecinde nicel veri analizi*. Ankara: Pegem Yayıncılık.
- Cohen, L., Manion, L. ve Morrison, K. (2011). *Research methods in education* (7. bs.). New York: Routledge.
- Creswell, J. W. (2014). *Araştırma deseni* (2. bs.) (Demir, S. B., Çev. Ed.). Ankara: Eğiten Kitap.
- Çokluk, Ö., Şekercioğlu, G. ve Büyüköztürk, Ş. (2014). *Sosyal bilimler için çok değişkenli istatistik SPSS ve LISREL uygulamaları* (3. bs.). Ankara: PegemA Yayıncılık.
- Dossey, J., McCrone, S., Turner, R. ve Lindquist, M. (2008). PISA 2003 mathematical literacy and learning in the Americas. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 8(2), 140-152.
- Eraslan, A. (2009). Finlandiya'nın PISA'daki başarısının nedenleri: Türkiye için alınacak dersler. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi* 3(2), 238-248.
- Fraenkel, R. R., Wallen, N. E. ve Hyun, H. H. (2011). *How design and evaluate research in education*. New York: Mc Graw Hill.
- Forgasz, H. J. ve Leder, G. C. (2017). Persistent gender inequities in mathematics achievement and expectations in Australia, Canada and the UK. *Mathematics Education Research Journal*, 1-22.
- Glass, G. V. ve Hopkins, K. D. (1984). *Statistical methods in education and psychology* (2. bs.). Boston: Allyn and Bacon.
- İlbağı, E. A. (2012). *PISA 2003 matematik okuryazarlığı soruları bağlamında 15 yaş grubu öğrencilerinin matematik okuryazarlığı ve tutumlarının incelenmesi* (Yayımlanmamış doktora tezi). Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- İskenderoğlu, T. ve Baki, A. (2011). İlköğretim 8.sınıf matematik ders kitabındaki soruların PISA matematik yeterlilik düzeylerine göre sınıflandırılması, *Eğitim ve Bilim*, 36(161), 287-301.
- Liang, X. (2010). Assessment use, self-efficacy and mathematics achievement: Comparative analysis of PISA 2003 data of Finland, Canada and the USA. *Evaluation & Research in Education*, 23(3), 213-229.
- Lydia, L. O. ve Wilson, M. (2009). Gender differences and similarities in PISA 2003 mathematics: A comparison between the United States and Hong Kong. *International Journal of Testing*, 9(1), 20-40.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2011). *Pisa Türkiye*. <http://pisa.meb.gov.tr/wp-content/uploads/2013/07/PISA-kitab%C4%B1.pdf> adresinden erişildi.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2012). *PISA Türkiye*. Ankara: Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü.
- McCrone, S. S. ve Dossey, J. A. (2007). Mathematical literacy - it's become fundamental. *Principal Leadership*, 7(5), 32-37.
- Morgan, G. A., Leech, N. L., Gloeckner, G. W. ve Barret, K. C. (2004). *SPSS for introductory statistics: Use and interpretation* (2. bs.). London: Lawrence Erlbaum Associates.

- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Va: National Council of Mathematics Teachers.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2006). *Curriculum focal points for preindergarten through grade 8 mathematics*. Reston, Va: National Council of Mathematics Teachers.
- OECD. (1999). *Measuring student knowledge and skills. A new framework for assesment*. Paris: OECD Publishing.
- OECD. (2003). *The PISA 2003 assesment framework – mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills*. Paris: OECD Publishing.
- OECD. (2006). *Assessing scientific, reading and mathematical literacy. A framework for PISA 2006*. Paris: OECD Publishing.
- OECD. (2009a). *PISA 2009 Assesment framework. Key competencies in reading, mathematics and science*. Paris: OECD Publishing.
- OECD. (2009b). *Take the test-sample questions from OECD's PISA assessments*. PISA, OECD Publishing.
- OECD. (2010). *PISA 2012 Mathematics framework to OECD, 30*. Paris: OECD Publications.
- OECD. (2013). *PISA 2012 assessment and analytical framework. Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy*. Paris: OECD Publishing.
- OECD. (2014). *PISA 2012 result: Creative problem solving. Students' skills in tackling real-life problem (Vol. V)*. Paris: OECD Publishing.
- OECD. (2016). *PISA 2015 Assessment and analytical framework. Science, reading, matematic and financial literacy*. Paris: OECD Publishing.
- Özkan, Y. Ö. ve Güvendir, M. A. (2014). Socioeconomic factors of students' relation to mathematic achievement: Comparison of PISA and ÖBSS. *International Journal of Educational Sciences*, 6(3), 776-789.
- Pallant, J. (2001). *SPSS survival manual*. Philadelphia: Open University Press.
- Polya, G. (1957). *How to solve it?* Gaeden City, New York: Doubleday Company.
- Ross, S. (2008). *Motivation correlates of academic achievement: Exploring how motivation influences academic achievement in the PISA 2003 dataset* (Yayımlanmamış doktora tezi). University of Victoria, Canada.
- Saenz, C. (2009). The role of contextual, conceptual and procedural knowledge in activating mathematical competencies (PISA). *Educational Studies in Mathematics*, 71(2), 123-143.
- Satıcı, K. (2008). *PISA 2003 sonuçlarına göre matematik okuryazarlığını belirleyen faktörler: Türkiye ve Hong Kong-Çin* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.
- Tabachnick, B. G. ve Fidell, L. S. (2013). *Using multivariate statistic* (6. bs.). USA: Pearson.
- Tan, Ş. (1998). *Unweighted scoring versus weighted scoring methods for likert type data* (Yayımlanmamış doktora tezi). Loyola University Chicago, Chicago.
- Tatlıdil, H. (2002). *Uygulamalı çok değişkenli istatistiksel analiz*. Ankara: Akademi Matbaası.
- Tavşancıl, E. (2014). *Tutumların ölçülmesi ve SPSS ile veri analizi* (5. bs.). Ankara: Nobel Yayıncılık.
- Wood, B. (2007). *the impact of students' skills in self-regulated learning on mathematics literacy and problem solving scales as measured by PISA 2003: A comparison of the United States and Finland* (Yayımlanmamış doktora tezi). California State University, Long Beach, the USA.

Ek 1. Araştırmacılar Tarafından Yazılan Sorular

SORU 2: MİLLETVEKİLİ

Ülkemizde ve birçok ÷lkede seçim sistemi olarak kullanılan ve milletvekillerinin partilere nasıl dağıtılacağını belirleyen D'Hont Sistemi şöyledir: Bir seçim bölgesinde partilerin aldıkları toplam oy sayıları; sırasıyla 1, 2, 3, 4, 5, ... bölünerek alt alta yazılıyor. Elde edilen sayı tablosundaki değerler büyükten küçüğe doğru sıralanıyor. Milletvekilleri en büyük değerden başlanarak sırayla partilere dağıtılıyor.

Beş milletvekili çıkaran bir seçim bölgesinde seçime giren dört parti aşağıdaki oyları almıştır:

<u>A Partisi</u>	<u>B Partisi</u>	<u>C Partisi</u>	<u>D Partisi</u>
300	660	120	420

Soru 2.1: MİLLETVEKİLİ

Her bir partiye kaç milletvekili düşer? Belirleyiniz.

Soru 2.2: MİLLETVEKİLİ

Mecliste daha çok partinin temsil edilmesini sağlamak için bölme işleminde nasıl bir değişiklik önerirsiniz? Açıklayınız.

SORU 6: BOYA

Soru 6.1: BOYA

Bir boya türü 2 ve 5 litrelik teneke kutularda piyasaya sür÷lmüştür. 2 litrelik ambalajın fiyatı 8 lira, 5 litrelik ambalajın fiyatı 15 liradır.

16 litre boyaya ihtiyacı olan bir kimse ihtiyacını karşılamak için en az kaç lira harcamalıdır?



Ek 2. Test Puanları Sorusu İçin Puanlama Rubriği**TEST PUANLARI – RUBRİK (OECD, 2009b; MEB, 2011)****Tam (2) Puan:**

Geçen ğrencilerin sayısına, sınırlayıcıların orantsız etkisine ya da en st düzeyde puan alan öğrencilerin sayısına bağlı olan geçerli kanıtlar verilir.

- A Grubunda, B Grubundan daha fazla ğrenci testten geçmiştir.
- Eğer A Grubunun en zayıf öğrencisini dikkate almazsanız, A Grubundaki ğrenciler B Grubundaki öğrencilerden daha başarılı olmuştur.
- B Grubu öğrencilerinden daha çok sayıdaki A Grubu ğrencileri 80 ve üzeri puan almıştır.

Sıfır Puan:

Hiç bir matematiksel nedene dayanmayan ya da yanlış matematiksel nedenlere dayanan ya da basitçe farkları tanımlayan, ama B Grubunun daha iyi yapmamış olabileceğini belirtmeyen geçersiz kanıtlar dahil olmak üzere diğer yanıtlar.

- Fen bilimlerinde A Grubu ğrencileri normal olarak B Grubu öğrencilerinden daha başarılıdır. Bu test puanları sadece bir rastlantıdır.
- Çünkü B Grubu için en yüksek ve en düşük puanlar arasındaki fark A Grubunununkinden daha kktur.
- A Grubu 80-89 aralığında ve 50-59 aralığında daha iyi puan sonuçlarına sahiptir.
- A Grubu, B Grubundan daha geniş çeyrekler–arası aralığa sahiptir.
- Cevap yok.