Eğitim ve Bilim

Cilt 39 (2014) Sayı 175 58-72

tedmem

Çember Özelliklerini Öğretmeyi Amaçlayan Teknoloji ve Sorgulama Tabanlı bir Sınıfta Oluşan Sosyomatematiksel Normların İncelenmesi

Didem Akyüz [1]

Öz

Bu makale ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının teknoloji ve sorgulama tabanlı bir sınıf ortamında sosyomatematiksel normları keşfetmesini ve bu normların olumlu alışkanlıklara dönüşmesinde öğretim görevlisinin oynadığı yönlendirici rolü açıklamaktadır. Makaledeki bulgular çember konusunu ele alan 5 haftalık bir eğitim-öğretim programındaki öğrenci-öğretmen diyalogları ve sınıf içi iletişimlerden elde edilmiştir. Bu iletişimler yazılı hale getirilerek tekrar eden açıklama, yorumlama, kanıtlama, ve tartışma türleri ortaya çıkarılmış, bunlardan hangilerinin sosyomatematiksel norm olarak kabul edilebileceği önceden kabul edilen teorik çerçeveler ışığında değerlendirilmiştir. Özellikle teknoloji ile ilişkili 3 sosyomatematiksel normun üzerinde durulmuştur. Bu normlar (1) soruda ya da çözümde yapılacak bir değişikliğin etkilerini sorgulamak; (2) dinamik yazılımdaki araçların özelliğini kullanarak sonuç çıkarmak; ve (3) yapılan bir çözümü veya hipotezi dinamik olarak doğrulamak olarak tespit edilmiştir. Elde edilen sonuçların sorgulama tabanlı bir eğitim-öğretim ortamı yaratmak ve benzer normları kendi sınıflarında geliştirmek isteyen öğretmenlere ve öğretmen adaylarını yetiştiren eğitimcilere yardımcı olması hedeflenmektedir.

Anahtar Kelimeler

Sosyal normlar
Sosyomatematiksel normlar
Sorgulama tabanlı eğitim
Matematik eğitiminde teknoloji kullanımı

Makale Hakkında

Gönderim Tarihi: 30.03.2014
Kabul Tarihi: 23.10.2014
Elektronik Yayın Tarihi: 10.11.2014

DOI: 10.15390/EB.2014.3220

Giriş

Bir sınıf ortamında ders işleme esnasında geçmişten günümüze kadar gelmiş olan bir yöntem BCD (öğretmen başlatır, öğrenci cevap verir, öğretmen değerlendirir) olarak bilinir (Mehan, 1979). Bu yöntem halen çok yaygın olarak kullanılmaktadır (Black & Wiliam, 2009). Fakat yapılan araştırmalar etkili bir eğitim-öğretim ortamı oluşabilmesi için sınıf içerisinde yaratılacak sosyal ortamın önemine dikkat çekmektedir. Yapılan araştırmalar öğrenmenin hem bireylerin sosyal bir ortamda birbirleri ile kurdukları etkileşim hem de bireysel düşünmeye bağlı olduğunu göstermiş, sosyal etkileşimleri teşvik eden sınıf ortamlarının sağlanmasının öğrenme sürecine olan olumlu etkisine dikkat çekmiştir (Cobb, Stephan, McClain, & Gravemeijer, 2011; Stephan & Akyuz, 2012; Stephan, Bowers, Cobb, & Gravemeijer, 2003).

Sosyal içerikli sınıf ortamlarında öğrenciler bir problemi sorgulama yoluyla çözerler. Sorgulama, bilinmeyen bir konuyu veya problemi merak etme, onu araştırma ve başkalarıyla da işbirliği yaparak merak edilen soruya cevap vermek için girişimde bulunmaktır (Wells, 1999). Chapman (2011) sorgulamayı öğrencilerin matematiği öğrenebileceği bir araç olarak görmektedir. Sorgulama temelli bir ortamı ise öğrenci-merkezli, araştırma yapılan, sorular sorulan, iletişimin ve

[1] Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Türkiye, dakyuz@metu.edu.tr

işbirliğinin fazla olduğu bir ortam olarak tanımlamıştır. Sorgulama tabanlı bir ortamı oluşturmakta öğretmenlerin önemli bir rolü olmasına rağmen (Johnson, 2013) öğretmenlerin bu konuda büyük zorluklarla karşılaştıkları görülmüştür (Stein, Engle, Smith & Hughes, 2008). Bunun en önemli sebeplerinden birisi sınıf ortamında önerilen farklı çözümlerin ve bu çözümler arasındaki ilişkilerin öğretmen tarafından anlaşılmasının ve öğretmenlerin sınıf içi tartışmaları etkili bir biçimde yönetebilmesinin gerekmesidir (Leinhardt & Steele, 2005). Öğretmenlerin konu bilgisindeki eksiklikler ve matematiğin ezbere dayandığı gibi matematik hakkındaki yanlış inanışları da sorgulama tabanlı eğitim yapmalarını zorlaştırmaktadır (Handal, 2003).

Böyle sosyal bir sınıf ortamı içerisinde gelişen genel davranış biçimleri sosyal normlar olarak adlandırılır (Cobb, Yackel, & Wood, 1992). Sosyal normlar sınıf içi etkileşimlerde öğrenciden beklentilerin neler olduğunu, nelerin kabul edilebilir nelerin ise kabul edilemez davranış biçimleri olduğunun sınırlarını çizer. Örneğin öğrencinin verdiği bir cevabı açıklaması, aklına gelen farklı çözüm yollarını paylaşması, başkası tarafından önerilen bir çözümün neden doğru olmayabileceğini belirtmesi sosyal normlardan bazılarıdır (Yackel & Cobb, 1996; Özmantar ve dy., 2009). Sosyal normlar öğretmen ve öğrencilerin ortak davranışları ile geliştirilir ve bu yüzden her sınıf ortamının kendine özgü sosyal normları olması doğaldır.

Matematik içerikli sınıf ortamlarının diğer bir öğesi sosyal bir ortamda matematiksel tartışma kurallarını simgeleyen sosyomatematiksel normlar olarak adlandırılır (Yackel & Cobb, 1996). Bu normlara örnek olarak neyin matematiksel olarak farklı bir çözüm olduğu, neyin daha incelikli bir çözüm olduğu veya neyin daha hızlı bir çözüm olduğu verilebilir (Yackel, 2002). Diğer bir deyişle, genel olarak farklı bir çözüm önermek bir sosyal norm olarak nitelendirilebilir. Ancak matematiksel açıdan farklılık içeren bir çözüm önermek sosyomatematiksel normlar sınıfına girer (Yackel, Rasmussen, & King, 2000). Sosyomatematiksel normlar bireylerin inanışları ve değerleri ile birlikte matematik hakkındaki hislerinin dışa vurumu olarak oluşur. Fakat bu ilişki karşılıklı olduğundan sosyomatematiksel normların desteklendiği bir sınıfta inanış, değer ve matematik hakkındaki düşüncelerin desteklenmiş olacağı söylenebilir (Bowers, Cobb & McClain, 1999). Sosyal normlara benzer olarak, sosyomatematiksel normlar da bunları benimseyen bireylere bağlı olduğu için her sınıfın kendine özgü sosyomatematiksel normlar geliştirmesi beklenebilir (Kazemi & Stipek, 2001).

Normlar tespit edilirken bir sınıfın mensupları tarafından hangi sıklıkla ortaya konduklarına dikkat edilmelidir. Bu amaçla Sfard (2008) teorik çerçevesi kullanılabilir. Buna göre, bir davranış biçiminin sosyal ya da sosyomatematik norm sayılabilmesi için sınıf üyelerinin çoğu tarafından benimsenmiş olması ve bu davranışın sınıf içi diyaloglarda kendisini belirgin bir şekilde göstermesi gerekir. Bu sebeple normlar öğretmenin belirlemiş olduğu kural ve taleplerden farklıdır: Normlar öğrenciler tarafından içselleştirilmiş olmalıdır.

Son yıllarda matematik eğitiminde teknoloji kullanımının yaygınlaşması dolayısıyla sorgulama tabanlı ve sosyal içerikli sınıf ortamlarının teknoloji ile nasıl birleştirilebileceği önemli bir problem haline gelmiştir. Yapılan çalışmalar etkili bir şekilde teknoloji kullanmanın sorgulama tabanlı eğitimde önemli olduğunu göstermektedir (Goos, Galbraith, Renshaw & Geiger, 2003; Hahkiöniemi, 2013). Fakat öğretmenlerin teknoloji ile sorgulama tabanlı öğretimi entegre ettiklerinde sorunlar yaşadıkları gözlemlenmiştir (Drijvers ve dy., 2010). Bazı öğretmenlerin matematiği daha çok ezbere dayanan kurallar ve prosedürler olarak düşünmesi (Handal, 2003) ya da müfredatı uygulamak için matematiğin ezberlenmesi gerektiğine inanması (Obora & Sloan, 2009) bu öğretmenlerin teknoloji ve sorguluma tabanlı eğitimi bir arada kullanmasını zorlaştırmaktadır. Bu entegrasyonu zorlaştıran diğer bir önemli sebep de öğretmenlerin yeterli bir teknolojik pedagojik alan bilgisine sahip olmamalarıdır (Mishra & Koehler, 2006). Öğretmenlerin teknolojiyi etkili olarak kullanabilmeleri için alan bilgisinin, pedagojik bilgilerinin ve teknolojik bilgilerinin hepsinin birden güçlü olması ve ders planlarını buna göre uyarlamaları gerekmektedir (Bowes & Stephen, 2011). Zbiek ve Holllebrands (2008) öğretmenlerin teknolojiyi kullanırken sınıf tartışmasının varsayımlar ve ispat üzerinde yoğunlaşması için uygun problemleri seçmelerinin öneminden bahsetmektedir. Eğer uygun problemler seçilirse öğretmenlerin teknoloji kullanılan sınıflarda açık uçlu sorular sorarak ve bu soruların cevaplarını öğrencilerden herkesin anlayacağı bir şekilde vermelerini isteyerek sosyomatematiksel normları teknolojik ortamda destekleyebileceğini belirtmiştir. Ancak bu bağlamda yapılan teknoloji kullanımı içeren sınıflarda oluşan sosyal ve sosyomatematiksel normların ne olduğunu inceleyen çalışmalar oldukça sınırlı sayıdadır (Herskowitz & Schwarz, 1999; Pierce & Stacey, 2001). Özellikle teknolojinin kullanıldığı bir ortamda öğretmen adaylarının geliştirdiği sosyomatematik normların ne olabileceğini açıklayan çalışma sayısı çok azdır. Öğretmen adayları üzerindeki çalışmalar, bu kişilerin ileride öğretmenlik yapacakları sınıflarda sosyal ve sosyomatematiksel normları oluşturmaları gerektiği konusunda bilinç kazanmaları açısından çok önemlidir.

Teknolojinin birçok türü arasında, Dinamik Geometrik Yazılımları (DGY) geometrinin öğretilmesi ve öğrenilmesi konusunda yeni bir perspektif açmıştır (Healy & Hoyles, 2002; Straesser, 2002). DGY kullanıcıların doğru, üçgen, çokgen ve çember gibi şekiller oluşturmalarına ve bu şekiller üzerinde etkileşimli değişiklikler yapabilmelerine olanak tanır. Bu değişiklikler içerisinde şekilleri anahtar noktalarından tutup değiştirme anlamına gelen sürükleme hareketi birçok çalışmanın odak noktası olmuştur (Hölzl, 2001; Sinclair, 2004). Bu çalışmalar sürüklemenin matematiksel fikir yürütmeyi, tahminlerde bulunmayı, yeni problem durumlarını araştırmayı ve problemleri genelleştirmeyi sağlayan pedagojik bir araç olduğunu ortaya koymaktadır. DGY ile yapılabilecek diğer etkileşimlerden bazıları öteleme, döndürme ve yansıma gibi dönüşümlerdir (Abu Bakar, Ayub, Fauzi, & Ahmad Tarmizi, 2010). DGY'nın hipotezleri ispatlamak için zengin öğrenme fırsatları sağladığı da tespit edilmiştir (Laborde, 2000). Geogebra[2] gibi herkesin ücretsiz kullanımına açık ve birçok dili destekleyen programların geliştirilmesi DGY'lerin daha büyük kitleler tarafından kullanılabilmesine olanak sağlamıştır.

Bu çalışmanın temel amacı öğretmen adaylarına yönelik, sorgulama tabanlı ve teknoloji kullanılan üniversite seviyesi bir matematik dersinde (dersin adı: Geometriyi Dinamik Geometri Yazılımları Kullanarak Araştırma) gelişen sosyomatematik normlarının neler olduğunu tespit etmektir. Bu çalışmanın cevap aradığı araştırma sorusu şöyle ifade edilebilir: Sorgulama tabanlı ve dinamik geometri yazılımı kullanarak matematik öğretmeni adaylarına çember özelliklerini öğretmeyi amaçlayan bir derste ortaya çıkan teknoloji ile ilişkili sosyomatematiksel normlar nelerdir? Teknolojinin (özellikle dinamik geometri yazılımlarının) ve sorgulama tabanlı modern eğitim yöntemlerinin gittikçe önem kazandığı düşünüldüğünde, bu çalışmanın bulgularının sınıflarında benzer bir ortam yaratmak isteyen diğer araştırmacılara, öğretmenlere ve öğretmen adaylarına yardımcı olması beklenmektedir. Bu çalışma dinamik geometri kullanan bir derste sosyomatematik normlarını inceleyen ilk çalışmalardan birisidir.

Yöntem

Katılımcılar

Bu çalışma Ankara'da bulunan bir devlet üniversitesinin 3. ve 4. sınıf ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünde okuyan 10 öğrenciyi içermektedir. Çalışmada veriler dinamik geometri yazılım programları kullanarak geometrinin nasıl öğretilebileceğini içeren seçmeli bir ders kapsamında toplanmıştır. Dersi toplam 10 öğrenci almıştır ve dersler fakültenin bilgisayar laboratuvarlarında Geogebra dinamik geometri yazılımı (DGY) kullanarak işlenmiştir. Bu öğrencilerden ikisi son sınıf öğrencisi, sekizi ise 3. sınıf öğrencisidir. Not ortalamaları dikkate alındığında sınıfta her seviyeden öğrenci bulunduğu söylenebilir.

Veri Toplama Araçları

Ders haftada 4 saat olarak iki ayrı günde yapılmıştır. Veriler çember konusunun işlendiği 5 hafta boyunca toplanmıştır. Dersler video kamera ile kaydedilmiştir. Bunun dışında, biri yüksek lisans ve diğer ikisi doktora tez yazma aşamasında olan üç asistan ile öğretim görevlisinin yer aldığı araştırma grubu her dersten sonra toplanmış ve bu toplantılar da ses kaydı cihazı ile kaydedilmiştir. Ayrıca öğrencilerin 5 hafta boyunca çember konusunda yaptıkları ödevlerin çözümleri toplanmıştır. Bu çözümler öğrencilerin gelişimi hakkında bilgi sahibi olmayı ve buna göre aktivitelerde bazı

[2] http://www.geogebra.org

düzenlemeler yapmayı sağlamıştır. Son olarak, konunun sonunda bireysel olarak yapmış oldukları sunumlar da videoya kaydedilmiştir. Bu sunumlarda öğrenciler çember konusu ile ilgili bir ders saati sürecek şekilde aktiviteler seçmiş ve bunları arkadaşlarına uygulamışlardır.

Dersin İçeriği

Araştırmacı derse başlamadan önce dersin içeriğini gerçekçi matematik eğitimi (GME) teorisine göre hazırlamıştır (Gravemeijer, 1994). Bu teorinin ana teması matematiği öğrencilerin gerçek hayat tecrübelerine dayandırarak öğretmektir. Bu sebeple GME gerçek hayat öğelerinin matematikselleştirilmesini içerir. Fakat burada dikkat edilmesi gereken şey gerçek hayat öğesinin mutlaka gerçek dünyada var olan bir kavram olması gerekmediğidir. Önemli olan öğrencilerin hayal edebilecekleri bir senaryo oluşturulmasıdır. Bu çalışma da bir arkeolojik gezi senaryosu ile başlamış, güneş tutulması, gölge hesapları gibi çeşitli senaryolar ile devam etmiştir.

Aktiviteler belirlenirken çember konusu müfredattaki sıraya göre konularına ayrılmış daha sonra da her bir konu için GME'ye uygun toplam 16 tane problem-tabanlı matematiksel aktivite araştırma öncesinde hazırlanmıştır. Aktiviteler bir merkez açı ile çevre açı arasındaki ilişkinin bulunması, çembersel dörtgenin özellikleri, bir çemberin merkezinin bulunması, verilen bir nokta kümesinin çember üzerinde yer alıp almadığı, pi sayısının bulunması, bir düzlem üzerinde yuvarlanan bir çemberin katettiği yolun bulunması, çemberlerin dönme sayıları ve yarıçapları arasındaki ilişkinin bulunması, sektörlerin alanlarının hesaplanması, teğet ve kiriş doğrularının çizilmesi, Regiomontanus'un en büyük açıyı hesaplama problemi, duvara dayalı bir merdiven aşağı doğru kayarken merkezinin izlediği yörüngenin bulunması, birbirine doğru yuvarlanan çemberlerin hangi noktada kesişeceğinin tespiti, güneş tutulmasındaki gibi bir çemberin diğeri üzerine düşen gölgesinin hesaplanması ve bir kirişin yaya olan oranının ne zaman en çok olacağı gibi çember ile ilişkili birçok konuyu kapsamıştır.

Aktivitelerin çoğu araştırmacı tarafından alanyazından ve ilgili kitaplardan yararlanılarak oluşturulmuştur (Johnston-Wilder & Mason, 2005). Araştırmacı aktiviteleri hazırlarken soruların çözümünde DGY'de yapılabilecek farklı çözümlerin olabilmesine dikkat etmiştir. Buna ek olarak bazı aktiviteler DGY kullanılarak hazırlanmış ve öğrencilerden dinamik aktivitedeki matematiksel ilişkiyi keşfetmeleri istenmiştir. Hazırlanan aktiviteler öğretim üyesi ve üç asistandan oluşan araştırma takımı tarafından gözden geçirilmiş ve her ders sonrası yapılan toplantılarda öğrencilerin durumuna göre düzenlenmiştir.

Çalışma öncesinde araştırmacı bir ay boyunca öğrencilerle Geogebra programında farklı geometri konularını içeren (ör. üçgenler, dörtgenler, dönüşüm geometrisi) aktiviteler işlemiş ve bu aktiviteler sırasında sınıf normları belirlenmiştir. Bu normlar (a) öğrencilerin bir konuya katıldıklarını ya da katılmadıklarını açıkça söyleyebilmeleri; (b) öğrenci çözümlerinin öğretim görevlisi tarafından tekrar edilerek herkes tarafından anlaşılmasının sağlanması; (c) öğretim görevlisinin farklı çözümler yapacak kişileri seçerek onlara matematiksel tartışma sırasında fırsat vermesi; ve (d) Geogebra'da farklı yoldan bulunan bir çözümün herkes tarafından bilgisayarda yapılması olarak belirlenmiştir. Bu normların belirlenmesi sorgulama tabanlı öğretimin etkili olarak gerçekleşmesine olanak sağlamıştır.

Veri Analizi

Analizin ilk aşamasında derste çekilen video ve ses kayıtları yazılı metine geçirilmiştir. Daha sonra metindeki diyaloglar kodlanmıştır. Öğretim görevlisinin konuşmaları **T** ile ifade edilmiş ve her bir konuşma için yanına ardışık olarak artan bir sayı eklenmiştir (**T1**, **T2**, **T3**, vb.). Öğrencilerin konuşmaları **B** - **K** arasındaki harflerle belirtilmiş (toplam 10 öğrenci) ve yine her bir konuşma için artan bir sayı numarası kullanılmıştır. Derslere katılan asistanın konuşmaları A ile kodlanmış, öğrencilerin hep bir ağızdan yaptıkları açıklamalar ise **Z** ile belirtilmiştir.

Kodlama işleminden sonra metin üzerinden gidilerek tekrar eden bazı öğrenci davranışları tespit edilmiştir. Bu bağlamda yukarıda bahsedilen Sfard'ın (2008) teorik çerçevesi kullanılmıştır. Buna göre tespit edilen öğrenci davranışlarının konu boyunca kaç defa ve kimler tarafından tekrarlandığı kayıt altına alınmıştır. Bu sürecin daha anlaşılır olması açısından izlenen yöntem bir örnek ile açıklanacaktır. Merkez açı ile karşılık gelen çevre açı arasındaki ilişkinin araştırıldığı bir aktivitede bir öğrenci aşağıdaki açıklamayı yapmıştır:

E1: İki açının toplamı bir açıdan da gidebilirsin.

E1 bu açıklamayı **J1** tarafından yapılan başka bir açıklamadan sonra yapmıştır. Bu gözlem araştırmacının alternatif bir matematiksel çözüm yolu önermenin bir sosyomatematiksel norm olabileceği konusunda şüphelenmesine yol açmıştır. Daha sonraki başka bir aktivitede aşağıdaki paylaşım gözlenmiştir:

K11: Hocam şey yapabilirmiyiz? Soldan değilde sağdan alsak tanjantları, yani öbür taraftan yapsak bence olur.

Bu öneri yine **J11**'in çemberin merkezini bulmak için teğetleri kullanan çözümüne bir alternatif olarak sunulmuştur. Bu da araştırmacının alternatif bir çözüm önerisinin bir sosyomatematiksel norm olabileceği hipotezini kuvvetlendirmiştir. Çalışmanın devamında görülen birçok örnek bu hipotezi desteklemiştir. Örneğin, bir öğrenci dışarıdaki bir noktadan gelen bir teğetin çember üzerinde hangi noktadan geçeceği tartışılırken aşağıdaki alternatif çözümü önermiştir:

D7: Hocam en baştada rasgele çizip 90 dereceyi ölçsek olmaz mıydı?

Daha sonraki aktivitelerde alternatif bir matematiksel çözüm yolu önerme davranışı sıkça tekrarlanmıştır. Bu da araştırmacının bu davranışı bir sosyomatematik normu olarak sınıflandırmasına yol açmıştır. Bu normun sosyal yerine sosyomatematiksel sayılmasının sebebi önerilen alternatif çözümlerin matematiksel farklılık içeriyor olmasıdır.

Yukarıdaki örneğe zıt olarak, ilk başta norm olabileceğinden şüphelenilen birçok davranış da yeterince tekrar etmediği gerekçesiyle norm kabul edilmemiştir. Örneğin, analizin ilk aşamasında "Kullanılan matematiksel bir kuralın bilinmesi gerektiğinin sorgulanması" şeklinde bir davranış norm olabileceği düşüncesiyle izleme altına alınmıştır. Ancak analiz sonunda bunun sadece bir öğrenci tarafından bir kereye mahsus olarak yapılan bir davranış olduğu görülmüş, bu sebeple norm sayılmamıştır.

Sosyomatematiksel normları sosyal normlardan ayırabilmek için ilgili davranış biçiminin hangi oranda matematik içerdiğine bakılmıştır. Bunun için de gözlenen davranışın matematik ile ilişkisi olmayan bir sınıfta anlamlı olup olmayacağı sorusuna cevap aranmıştır. Örneğin, sınıflandırılması gereken bir norm "emin olmadan bir çözümü paylaşmak" olarak bulunmuştur. Bu norm çalışma boyunca aşağıda örneklendiği gibi birçok defa gözlemlenmiştir:

J17: Benim bir fikrim var ama yapamadım [fikrini paylaşır]

G20: Ben bir yol düşündüm ama sanırım olmuyor [açıklamaya devam eder]

C16: Ben tam emin değilim arkadaşlar yardımcı olursa sevinirim [çözümünü açıklar]

Bu ifadeler incelendiğinde bunların matematik özelinde olmadığı anlaşılabilir. Bu tür ifadeler tarih ya da fizik gibi diğer derslerde de gözlenebilir. Bu yüzden "emin olmadan paylaşma" davranışı sosyal bir norm olarak nitelendirilmiştir. Özetle, gözlenen bir davranış biçiminin sosyomatematiksel bir norm olup olmadığını belirlemek için aşağıdaki üç aşamalı karar mekanizması kullanılmıştır:

1. Şüphelenilen bir davranışın yeterince tekrar edip etmediğini değerlendir. Burada yeterince tekrar için bir kural olmamasına rağmen çalışma boyunca birçok öğrenci tarafından sıkça tekrar edilmiş bir davranış olması gerekmektedir.
2. Tespit edilen normun matematik ile ilgili olup olmadığına karar ver. Bunu anlamak için bu norm matematik içerikli olmayan bir sınıfta da gözlenebilir miydi sorusuna cevap ara. Eğer norm matematik özelinde değilse bunu sosyal norm olarak nitelendir. Matematik içeriyorsa bunu sosyomatematiksel norm olarak sınıflandır.
3. Normun teknoloji ile ilişkili olup olmadığına karar ver. Diğer bir deyişle, bu dersin teknoloji yardımı ile öğretilmiş olmasının bu normun gelişimine ne kadar etkisi olduğunu değerlendir. Eğer teknolojinin etkisi var ise bunu teknoloji ile ilişki bir sosyomatematiksel norm olarak değerlendir. Yoksa bunu genel bir sosyomatematiksel norm olarak nitelendir.

Bulgular

Yukarıda bahsedilen analiz yöntemi kullanılarak 5 haftalık çember konusu boyunca var olduğu gözlenen ve benimsenen teorik çerçeveye göre sosyomatematiksel norm sayılabilecek davranışlar bu bölümde paylaşılmaktadır. Normlardan özellikle teknoloji ile ilişkili olan 3 tanesi örneklerle ayrıntılı olarak açıklanmıştır. Bu üç norma yoğunlaşılmasının sebebi benzer normların önceki çalışmalarda yer almamış olmasıdır.

Sosyomatematiksel Norm 1: Soruda ya da Çözümde Yapılacak Bir Değişikliğin Etkilerini Sorgulamak

Bu norm "çemberin yarıçapı verilenin iki katı olsa ne olurdu" ya da "üç nokta yerine iki nokta kullanılsa ne olurdu" gibi matematiksel sorgulamaları içerebileceği gibi "çemberin yerini dinamik olarak kaydırırsak sonuç değişir mi" gibi DGY kullanılarak yapılan sorgulamaları da kapsamaktadır. Bu norm öğrencilerin verilen soruyu çözmekle yetinmeyip farklı durumları irdelemek istediğini göstermesi açısından önemlidir. Bu normun oluştuğunu gösteren diyaloglardan birisi birinci ders sırasındaki üçüncü aktivitede görülmüştür. Bu aktivite Şekil 1'de gösterilmektedir.

F2: Öncelikle çemberle doğrunun kesişim noktalarını buldum. Daha sonra merkezden geçen dikme iki eşit parçaya ayırdığından bu kirişin orta noktasını buldum [buna T diyor]. Sonra da T'den geçen bir dikme çiziyorum (Şekil 1 (b) ve (c)).

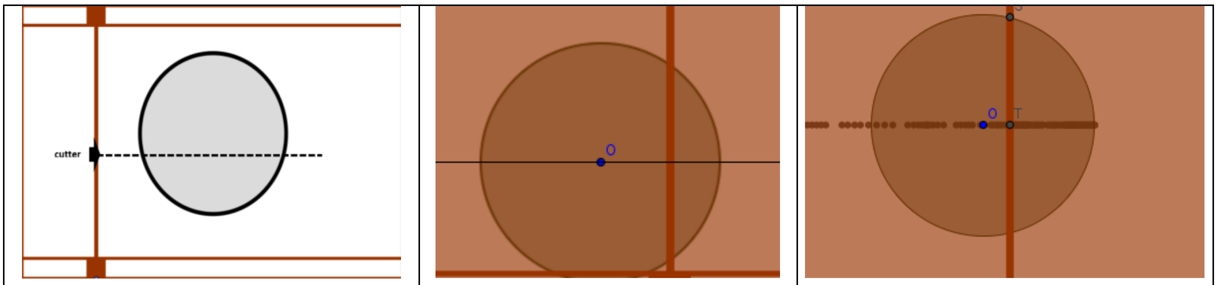
K6: Ama yana kaydırınca kayboluyor.

F3: Üzerine getirince gözüküyor.

K7: Peki çemberin yerlerini oynatırsak ne oluyor?

F4: O şekilde de geliyor, ikiye bölüyor.

Z4: Nereye koyarsak koyalım çemberi iki eşit parçaya bölüyor.



(a) (b) (c)

Şekil 1. Bu aktivitede çemberi tam ortadan kesmek için kesici başın nereye konması gerektiği sorulmaktadır. Kesici başın üzerinde yer aldığı çubuk sağa sola, kesici baş ise bu çubuk üstünde yukarı aşağı hareket edebilmektedir.

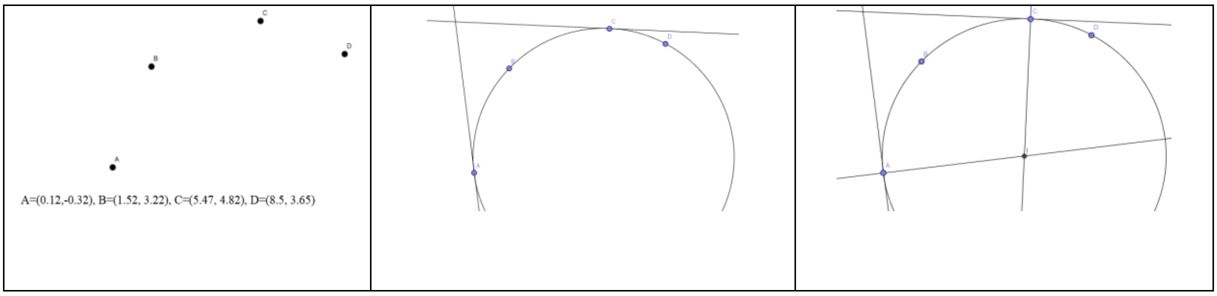
Burada **F2** çemberi ortadan kesen doğrunun nasıl bulunacağını açıklarken öncelikle dikey olarak verilen doğru ile çemberi kesiştirdiğini söylüyor (Şekil 1 (b)). Daha sonra bu kesişimden oluşan kirişin orta noktasını bulup (buna T noktası diyor) bu noktadan kirişe bir dikme çizerse bunun çemberin merkezinden geçeceğini söylüyor. Bu açıklama üstüne K6 dikey doğru yana kaydırıldığı zaman çizilenlerin kaybolduğunu söylüyor (çemberle kesişmediği zaman kiriş olmayacağı için kirişe çizilen dikme de kayboluyor). Bunun üzerine **F3** tekrar görünmesi için dikey doğrunun çemberin üzerine getirilmesi gerektiğini belirtiyor. **K7** bunun üzerine doğrunun değil de çemberin yeri değiştirilirse ne olacağını sorguluyor. **F4** ve **Z4** çemberin yeri değişse bile bu şekilde kirişin orta noktasından kirişe dik olarak çizilen bir doğrunun çemberi her zaman ikiye böleceğini dinamik olarak göstererek belirtiyor. Burada yukarıda bahsedilen normu destekleyen ifadelerin **K6** ve **K7**'nin konfigürasyonda değişiklik yapılırsa nasıl bir sonuç doğuracağı şeklindeki sorgulamaları olarak tespit edilmiştir.

Aynı normu destekleyen benzer bir örnek ikinci dersteki dördüncü aktivite sırasında gözlenmiştir (Şekil 2). Burada arkeolojik kazı alanlarını simgeleyen verilen 4 noktanın bir çember üzerinde yer alıp almadığı sorulmaktadır. Sorunun çözümünde aşağıdaki diyalog yaşanmıştır:

H4: Dışarda iki nokta aldım. Noktalardan tanjant çizdim. Tanjant ile yayın kesişimini buldum. Bu notalardan dik çizersem kesişimleri bana merkezi verir.

E10: Çemberin yayı olmasa teğeti alamazdı değil mi?

T40: Evet. Peki noktaları birleştirmeden nasıl yapabiliriz?



Şekil 2. Bu aktivitede verilen 4 noktanın bir çember üzerinde yer alıp almadığı, eğer alıyorsa çemberin merkezinin ne olduğu soruluyor.

Burada **H4** verilen noktaların bir çember üzerinde yer aldığı biliniyormuş gibi bu noktaları birleştirmiş ve daha sonra oluşan yaylara dışarıdaki iki noktadan teğet çizmiştir. Bu teğetlere dikmeler çizerek bunların kesişiminin merkezi vereceğini söylemiştir. Fakat **E10** bu sonuca varmak için noktalar arasında çizilen yaylar gerçekten bir çember üzerinde yer almamış olsaydı bu iddianın doğru olup olmadığını sormuş, böylece bir konfigürasyon değişikliği yapıldığında sonucun nasıl etkileneceğini sorgulamıştır.

Aynı problemin devamında verilen bir çember oluşturmak için en az kaç nokta gerektiği sorulmaktadır. Öğrenciler bir süre düşünüp tartıştıktan sonra 3 noktanın gerektiği kanaatine varmış ve bunu cebirsel olarak açıklamışlardır (**J25:** Çember denklemi üç bilinmeyenli bir denklem. Üç bilinmeyenli denklemi çözmek için de üç nokta yeterli olur). Bunun üzerine öğretmen bunun farklı bir şekilde nasıl açıklanabileceğini sormuştur. Aşağıdaki diyalog bu konuşmaları göstermektedir:

T63: Başka yolu olan var mı?

H11: Üç noktaya en yakın uzaklıkta bulunan bir nokta olarak düşünebilirim. İki nokta olsa mesela bir sağda bir de solda olacak.

T64: Anladık mı bunu? İki nokta olursa onlara aynı uzaklıkta birden fazla nokta bulabilirim diyor ama üç nokta olursa sadece bir nokta bulurum diyor. Peki üç nokta olduğunu nereden biliyorsun?

H12: En az üç nokta, dört de beş de olur.

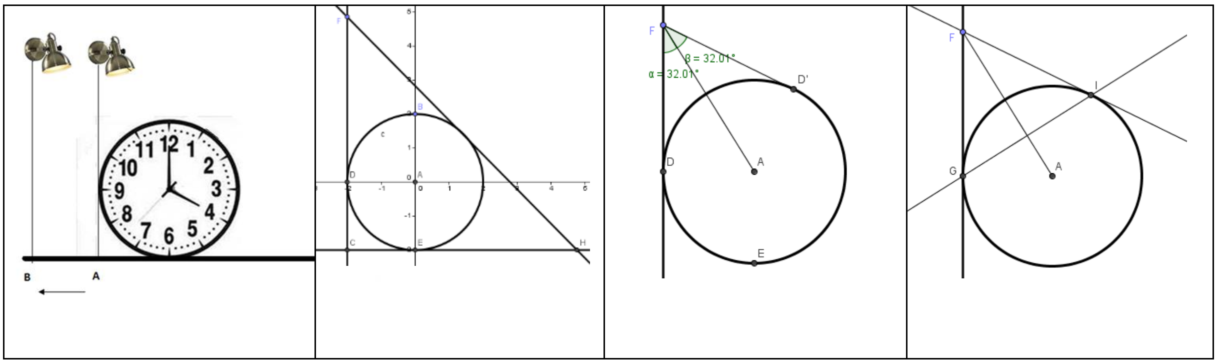
Burada **H11** üç nokta değil de iki nokta biliniyor olsa bunlardan geçen çemberin sağda ya da solda olabileceğini söylemektedir. Bunun üzerine öğretmen bunun sadece üç nokta için mi geçerli olduğunu sormuş, buna karşılık **H12** en az üç nokta gerektiğini ama daha fazlası olmasının da zarar vermeyeceğini söylemiştir. Bu konuşmalardan görülebileceği üzere **H11** ve **H12**'deki ifadeler konfigürasyon değişikliği olduğunda ne olabileceğini sorgulamakta ve aynı zamanda buna cevap vermektedir. Çalışma boyunca soruda ya da çözümde bir değişiklik yapılırsa ne olabileceği farklı öğrenciler tarafından sorgulanmaktadır. Bu yüzden kullanılan teorik çerçeveye göre bu sınıfça kabul edilen bir sosyomatematiksel norm olarak tespit edilmiştir. Verilen bir soruyu çözerken farklı durumların irdelenmesi, öğrencilerin verilenle yetinmeyip kendilerinin sorular üretmesi ve böylelikle bir problemden daha geniş genellemelere ulaşılabilmesi açısından önemlidir.

Bu normun oluşmasında öğretim görevlisinin dönem başından beri sergilediği sorgulayıcı tutumun ve farklı çözümleri teşvik etmesinin etkili olmuş olabileceği düşünülmektedir. Bunun bazı örnekleri yukarıdaki diyaloglarda görülebilir. Örneğin, **T40**'ta öğretmen noktaları birleştirmeden sorunun nasıl çözülebileceğini sorgulamaktadır. **T63**'te öğretmen bir öğrencinin yaptığı cebirsel çözümden sonra aynı sorunun cebirsel olmayan bir yaklaşımla nasıl çözülebileceğini sormaktadır. **T64**'te öğretmen öğrencilerin neden bir çemberi kesin olarak tanımlamak için 3 noktaya gerek olduğuna inandıklarını sorgulamaktadır. Öğretmen benzer sorguları bütün dönem boyunca tutarlı olarak yapmıştır. Bunun da öğrencilerin de bir soruda veya çözümde değişiklik yapılırsa ne olacağını sorgulamalarının doğal bir davranış olarak kabul edilmesinde etkili olduğu düşünülmektedir. Bu norm matematiksel sorguları içerdiği için sosyomatematiksel bir norm olarak nitelendirilmiştir. Ayrıca dinamik geometri ortamının farklı durumları incelemeyi kolaylaştırması sebebiyle bu normun oluşumunda teknolojinin etkili olduğu söylenebilir.

Sosyomatematiksel Norm 2: Dinamik Yazılımdaki Araçların Özelliğini Kullanarak Sonuç Çıkarmak

Bu norm dinamik yazılımın sunduğu ve kağıt üstünde uygulaması oldukça zor olan yöntemler ile sonuca ulaşma davranışını belirtmektedir. DGY'deki araçların özelliklerini kullanarak soru çözmek en sık rastlanan davranışlardan birisi olduğu için bir sosyomatematik normu olarak belirlenmiştir. Bu norm kendisini iki şekilde göstermiştir. Birincisinde öğrenciler bir aracı kullanarak bir soruyu çözmüş ancak bu aracın nasıl veya niçin çalıştığı konusunda bir fikir yürütmemiştir. Örneğin, teğet aracını kullanarak öğrenciler çemberin dışındaki bir noktadan çember kolaylıkla bir teğet çizip bu teğetin çemberle nerede kesiştiğini hesaplayabilmiştir. İkincisinde ise öğrenciler çeşitli araçları kullanarak çözümü dolaylı bir yoldan yapmıştır. Örneğin, doğrudan teğet aracını kullanmak yerine öğrenciler öncelikle teğet parçasının uzunluğunu hesaplamış daha sonra çapı bu uzunluğa eşit olan bir çember çizmiştir. Teğet noktası iki çemberi kesiştirerek bulunmuştur. Bu dolaylı yöntem daha matematiksel olduğu için öğretmen tarafından desteklenmiştir. Öğretmen genellikle ilk şekildeki gibi çözümleri matematiksel anlayışa katkıda bulunmadığı için uygun bulmamıştır.

Bu normu destekleyici bir örnek aşağıda verilmiştir. Burada yatay bir düzlem üzerinde durmakta olan saatin pozisyonu dinamik olarak değişebilen bir ışık kaynağına göre gölgesinin nereye düşeceği sorulmaktadır (Şekil 3). Aşağıdaki diyalog öğrencilerin ışığın A'daki gibi teğet olması durumunda sınıf tartışması yaparken sunduğu dinamik çözümleri göstermektedir:



Şekil 3. Bu aktivitede saatin gölgesinin ışığın iki durumu için nereye düşeceği sorulmaktadır.

G11: Önce bir tane çember çizdim. Sonra buna bir tanjant çizdim. Bu nokta hem alttan hem de şuradan teğet geçebilir diye bu noktayı aldım (Şekil 3'teki F noktası). Sonra da bunun saatin bulunduğu x eksenini ile kesişimini aldım.

T126: Peki tanjant aracını kullanmadan çizebilir miyim?

F20: Tanjantın özelliğine göre merkezden bir doğru parçası olduğunda onun açıortay olması gerekir.

T130: Herkes hatırlıyor mu? Böyle bir özellik var mı?

Z17: Evet

F21: O yüzden ilk önce açıyı buldum. **D** noktasını **F** etrafında iki katı (2*alfa) kadar döndürdüğümde açının diğer kolunu bulacağım (Şekil 3).

T131: Başka türlü bulabilir miyim?

F22: Simetriden de yapabilirim. Sonra da birleştiririm.

[Burada **F**'nin çözümünü tam anlayamayan bazı öğrenciler soru sorarlar ve **F** çözümünü tekrar açıklar.]

T133: Peki senin çözümüne bakalım. Varsa başka yöntemler sonra paylaşabiliriz.

H22: Önce çemberi çizdim, sonra da ışığı koydum. Tamsayı noktalarını almak istiyorum. Öncelikle ışığın bulunduğu nokta ile merkezi birleştiren bir doğru parçası çizdim. Sonra çember ile dik doğrunun kesişimini **G** noktası olarak budum ve **G** den bir dik çizdim. Bir ikizkenar oluşturdum.

Bu soruda saatin gölgesinin ışıktan saate olan tanjantların x ekseni ile kesiştiği noktalar arasına düşeceği öğrenciler tarafından gözlemlenmiştir. **G11**, bu noktaları tespit etmek için DGY'deki tanjant aracını kullandığını belirtiyor. Öğretmen bunun üzerine tanjant aracını kullanmadan nasıl yapılabileceğini sorguluyor. **F20** hatırladığı bir kurala göre çemberin dışındaki bir nokta ile merkezi birleştiren doğru parçasının o noktadan çembere çizilen tanjantların açıortayı olduğunu söylüyor. Bu yüzden öncelikle saatin bulunduğu nokta ile merkezi birleştiriyor. Daha sonra bu doğru parçası ile saatten x eksenine dik olarak inen ve çembere teğet olan doğru arasındaki açıyı ölçüyor (buna alfa açısı diyor). Daha sonra teğeti bu açının iki katı kadar döndürerek ikinci teğeti elde ediyor. Öğretmen başka bir yöntem var mı diye sorguladığında simetri kullanabileceğini de söylüyor (**F22**). Daha sonraki tartışmadan bununla DGY'deki yansıma aracını kastettiği anlaşılıyor (dik inen teğetin merkezden geçen doğru parçasına göre yansımasını almak). Öğretmen son olarak **H**'nin çözümünü paylaşmasını istiyor. **H22** ışıktan dik inen doğrunun çembere teğet olduğu noktadan ışıkla merkezi birleştiren doğru parçasına dik çizilirse bunun çember ile kesiştiği noktanın (**I** noktası) ışıktan gelen ikinci teğetin geçeği nokta olduğunu söylüyor. Bunu iddiasını FGI üçgeninin ikizkenar olmasına dayandırıyor.

Yukarıdaki örnekte görülebileceği gibi öğrenciler bu soruyu çözerken dinamik yazılımın sunduğu 4 farklı aracı kullanmışlardır: bir noktadan çembere tanjant çizme (**G11**), bir doğruyu bir nokta etrafında belli bir açıda döndürme (**F21**), yansıma alma (**F22**) ve bir noktadan bir doğru parçasına dik çizme (**H22**). Bu çözümlerden birincisinin diğerlerine göre daha basit olduğu söylenebilir. Bu çözümde matematiksel bir bilgi kullanmadan DGY'deki bir aracı kullanması önerilmiştir. Diğer çözümler de yine DGY'deki araçları kullansa bile doğrudan tanjant çizmeyip, tanjant doğrusunu çeşitli geometrik özellikler kullanarak dolaylı yoldan elde etmektedir. Bu normdan görülebileceği üzere bir aracı farklı şekillerde kullanabilmek öğrencilerin matematiksel anlayış seviyesi hakkında ipuçları vermektedir (**F** ve **H**'nin **G**'ye göre hem araçlara hem de geometrik kurallara daha hakim olduğu anlaşılmaktadır). Gelişmiş çözümlerin ortaya çıkması öğretmenin verilen ilk çözümle yetinmeyip farklı ne gibi çözümler olabileceğini sorgulaması sayesinde mümkün olmuştur (**T126**, **T131**, **T133**).

Bu norma diğer bir örnek aşağıdaki diyalogda görülmektedir. Bu soruda duvara dayanmakta olan bir merdivenin aşağı doğru kayması durumunda merdivenin orta noktasının nasıl bir yörünge izleyeceği sorulmaktadır (Şekil 4):

J38: Öncelikle BC'nin orta noktasını aldım. Sonra o nokta ile orijini birleştiren bir doğru parçası çizdim. F noktasını trace ettiğimde [iz çıkardığımda] çember yayına benzeyen bir şekil oldu. AF doğru parçasını döndürdüm. Açıyı da slider'a bağlayarak çok fazla değeri kapsadım.

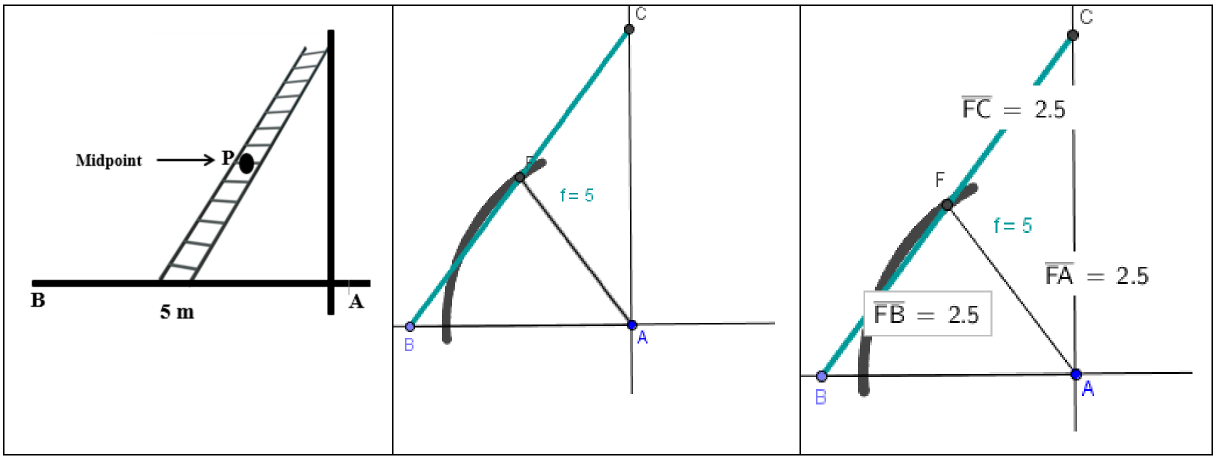
T152: Yapalım o zaman.

J39: Doğru parçasını alfa kadar döndürdüm. Döndürdüğümde çember oluşuyor.

[Burada öğrenciler bir süre konuşurlar]

T154: Peki bu niye çember oluyor?

K40: Herhangi bir dik üçgen aldığımız zaman önce kenarortayı orta noktadan buluyoruz. AF kenar ortay oluyor. Dik üçgende kenarortay ikiye böldüğü parçanın uzunluklarına eşittir. O yüzden o sabit kalacağı için ne kadar çevirsek de çemberin parçası olmuş olacak.



Şekil 4. Bu aktivitede duvara dayanmış bir merdiven kayarken orta noktasının izlediği yörüngenin ne olduğu sorulmaktadır.

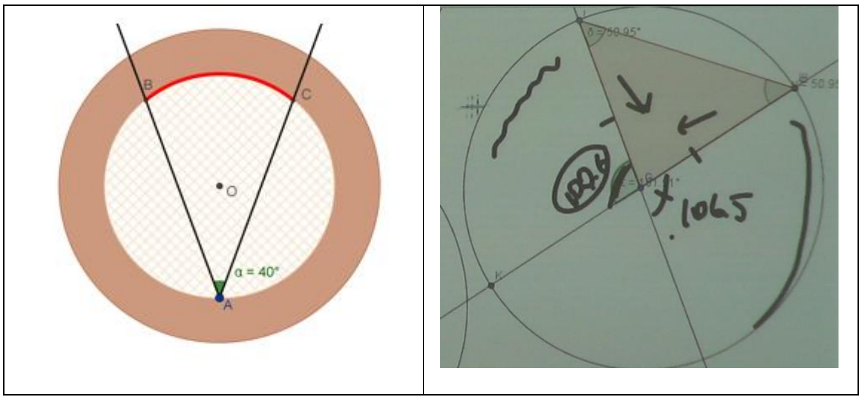
Bu sorunun çözümünde **J38** ilk olarak merdivenin orta noktasını (**F** noktası) dinamik yazılım aracılığıyla bulmuştur. Daha sonra bu noktayı orijin ile birleştirmiştir. Orta noktanın izini çıkardığında bunun çembere benzeyen bir şekil oluşturduğunu gözlemlemiştir. Burada öğrencinin soruya verdiği cevap konusunda başta emin olmadığı fakat daha sonra dinamik yazılımdaki iz çıkarma (trace) aracını kullanarak oluşan şeklin bir çember olduğunu anladığı gözlenmiştir. Öğretmen bunun üstüne oluşan şeklin neden çember olduğunu sorgulamıştır. **K40** bunun sebebinin bir dik üçgende kenarortay böldüğü parçalara eşit olduğu ve merdiven nereye kayarsa kaysın bu parçaların uzunluğu değişmeyeceği için kenarortayın da uzunluğunun değişmeyeceği bu sebeple **A** merkezli bir çemberin yarıçapı gibi olacağını ifade ederek açıklamıştır.

Bu normda dikkat edilmesi gereken önemli bir nokta öğretmenin araç kullanılarak yapılan çözümlerin neden doğru olduğunun açıklanmasını istemesidir. Böylece kullanılan özellikler çözümün kendisi olmayıp altta yatan matematiksel mantığın görülmesini kolaylaştıran araçlar haline gelmektedir.

Sosyomatematiksel Norm 3: Yapılan Bir Çözümü veya Hipotezi Dinamik Olarak Doğrulamak

Bu norm yapılan bir çözümün ya da getirilen bir önerinin doğru olup olmadığını göstermek için dinamik olarak şekil üzerinde değişiklikler yapmayı kapsamaktadır. Öğrenciler bu normu bazen emin oldukları bir çözümün genel durum için çalıştığını göstermek amacıyla bazen de tam emin olmadıkları bir önerinin doğruluğu hakkında denemeler yapmak amacıyla kullanmaktadır. Aşağıdaki diyaloglar bu normun geçtiği bazı aktivitelerden alınmıştır. İlk olarak çevre açı ile merkez açının ilişkisinin sorulduğu bir soruda **K1** aşağıdaki açıklamayı yapmıştır (Şekil 5):

K1: Öncelikle bir ikizkenar üçgen çizelim. Daha sonra bu açı ile diğer açı eşit olduğundan karşılıklı gördükleri yaylar da eşit olacaktır. Bunu dinamik olarak da noktaların yerini değiştirerek gösterebilirim.



Şekil 5. Bu aktivitede çemberin bir yayı üzerinde duran (BC) kişilerin A noktasında duran diğer bir kişi tarafından fotoğrafının çekilmesi ve daha sonra bu kişinin çemberin merkezine gitmesi durumunda kamerasının açısını ne kadar değiştirmesi gerektiği sorulmaktadır.

Bu çözümde **K1** aynı yayı gören merkez açının çevre açının 2 katı büyüklüğünde olduğunu göstermek için ikizkenar bir üçgen çizmiştir. Daha sonra bu üçgenin merkezin solunda kalan dış açısının ölçüsünü açı ölçüm aracı kullanarak ölçmüş ve sağda kalan dış açının da bu ölçtüğü açıya eşit olduğunu belirtmiştir. Buradan iki açının toplamının bir dış açıya eşit olduğunu gözlemlemiştir (ve çemberde bu iki iç açı eşit olduğu için aynı yayı gören dış açının yarısı olduğunu gözlemlemiştir). Daha sonra iki katı olma durumunun farklı ikizkenar üçgenler için de geçerli olacağını göstermek için noktaların yerini dinamik olarak kaydırmıştır.

Önceden bahsedilen diğer bir aktivitede bir çemberin bir kesme cihazıyla tam ortadan nasıl kesilebileceği sorulmaktadır (Şekil 1). Bu sorunun çözümünde öncelikle kol üzerindeki bir noktadan çembere iki tane teğet çizilmesi ve bu teğetlere çizilen dikmelerin kesiştirilerek merkezin bulunması önerilmiştir. Daha sonra aşağıdaki diyalog yaşanmıştır.

H2: Kesim noktasından cutter'a dikme çizelim. Kesişim noktasını bulalım.

E8: O zaman biz diğer çizdiklerimizi kullanmadık.

H3: Merkezi bulmak için kullandık.

J16: Oldu şimdi.

E9: Çemberin yerini de değiştir.

Burada **H2** kesici başın teğetler yardımıyla bulunan merkezden kola çizilecek dikmenin kol ile kesiştiği noktaya getirilmesi gerektiği söylenmiştir. Daha sonra **E8** diğer çizilenlerin (teğetlerin) kullanılmadığını söylemiş, **H3** bunların merkezi bulmak için kullanıldığını açıklamıştır. Son olarak **E9** çemberin yerinin dinamik olarak oynatılarak bulunan çözümün geçerliliğini koruyup korumadığının doğrulanmasını istemiş ve böylece bahsedilen norma örnek bir davranışta bulunmuştur.

Bu norma verilebilecek diğer bir örnek bir üst normda bahsedilen merdiven aktivitesinde gözlenmiştir (Şekil 4). Burada **J39** iz çıkarma aracını kullanarak merdivenin orta noktasının bir çember yörüngesi izlediğini iddia etmişti. Aşağıdaki diyalogda **G23** bunu şekli dinamik olarak oynatarak doğrulamaktadır:

T155: Trace on yapmadan çember olduğunu gördünüz mü?

Z21: Evet

T156: Nasıl?

G23: AF uzunluğunu ölçersek hiç değişmiyor. **B** noktasını oynattıkça 2,5 uzunluğu hiç değişmiyor. O zaman yarıçap olmak zorunda, o nedenle çember.

F29: Muhteşem üçlünün ispatı da çemberden geliyor.

H29: Aslında bu özelliğin (muhteşem üçlünün) ispatı gibi.

Burada öğretmen öğrencilerin iz çıkarmayı kullanmadan çember olduğunu nasıl gördüklerini sormuştur. **G23** merdivenin alt noktasını (**B** noktası) oynattıkça **AF** uzunluğunun hiç değişmediğini bu yüzden bu doğru parçasının çemberin yarıçapı olduğunu, çizilen yayın da çember yayı olacağını belirtmiştir. Devamında **F29** ve **H29**'un yaptıkları gözlem ise dinamik geometri yardımıyla öğrencilerin bir kuralı nasıl keşfettiklerini göstermesi açısından ilginçtir. **G**'nin çizdiği şekilde gösterilen **BF**, **FC** ve **FA** uzunlukları **B** noktası oynatıldıkça hep aynı kalmaktadır. Bu da dik üçgenler için geçerli olan hipotenüse çizilen kenarortayın uzunluğunun hipotenüsün yarısı olduğunu söyleyen muhteşem üçlü kuralının nereden geldiğini göstermektedir.

Bu normda dikkat edilmesi gereken önemli bir nokta öğrencilerin temeldeki matematiksel mantığı anlamadan sadece dinamik özelliği kullanarak soru çözmesinin yeterli olmadığının öğretmence vurgulanması gerektiğidir. Dinamik özellik öğrencinin bir sezgisini test etmesi açısından kullanılmalı ve yukarıdaki örnekte verildiği gibi temeldeki matematiksel mantığın kavranmasına yardımcı olmalıdır.

Bu bölümde teknoloji içerikli sosyomatematik normları üzerine odaklanılmıştır. Fakat çalışma boyunca başka sosyomatematik ve sosyal normlar da tespit edilmiştir. Yer kısıtları sebebiyle bu normları detaylı olarak örneklendirmek mümkün olmasa da bütünlüğü korumak maksadıyla bu normlar aşağıda listelenmiştir:

- Alternatif bir matematiksel çözüm önermek
- Emin olmadan bir çözümü paylaşmak
- Arkadaşının çözümüne destek vermek
- Arkadaşının çözümü hakkında açıklama istemek

Bunlardan son üçü matematik ile doğrudan ilişkili olmadığı ve matematik dışı sınıflarda da gözlemlenebileceği için sosyal norm olarak nitelendirilmiştir. Birincisinde ise alternatif çözüm matematiksel farklılığı içerdiği için sosyomatematiksel norm olarak kabul edilmiştir.

Tartışma ve Sonuç

Bu çalışmada teknoloji kullanılan üniversite düzeyi bir sınıfta çember konusu işlenirken gelişen sosyomatematiksel normların ne olduğu araştırılmış ve bunların teknoloji ile ilgili olanlarının üzerinde durulmuştur. Literatüre bakıldığında tespit edilen teknoloji ile ilişkili bu üç normun da ilk defa ortaya konduğu öne sürülebilir. Bulunan bu normlar teknoloji içeren matematik derslerinde sosyal normlar ve sosyomatematiksel normların yanı sıra "tekno-sosyomatematiksel" normlar gibi yeni bir kategori oluşturulabileceği fikrini doğurmuştur.

Teknolojinin matematik eğitiminde (ve diğer birçok alanda) giderek yaygınlaştığı düşünülürse teknoloji içerikli normların neler olabileceğini anlamak öğrencilerin teknoloji araçlarını nasıl kullandığının anlaşılmasına ışık tutabilir. Örneğin bu çalışmada bulunan "dinamik yazılımdaki araçları kullanarak soru çözme (SM2)" normu öğrencilerin teknolojiyi nasıl kullandığına dair ipuçları vermektedir. Buna göre eğer dikkat edilmezse, öğrenciler araçtaki özellikleri temeldeki matematiksel mantığı anlamadan kullanma eğilimi göstermektedirler. Yaptıkları çözümleri matematiksel olarak ispat etmeden "dinamik olarak doğrulamak (SM3)" dikkat edilmesi gereken başka bir norm olarak bulunmuştur. Bu normların olumlu ya da olumsuz olması öğretmenin bu tür çözümlerle karşılaştığında izlediği tutuma bağlı olabilir. Öğretmen bu tür açıklamaları tek başına yeterli görmemeli, bunların altta yatan prensiplerin anlaşılmasını sağlayan sezgi geliştiriciler olduğunu hatırlatmalıdır. Öğretmenin neyin kabul edilebilir, neyin ise kabul edilemez davranışlar olduğunu öğrencilere sorgulama yoluyla sık sık hatırlatması önem taşımaktadır. Bu bağlamda, öğretmenin bu çalışmadaki rolü öğrencilerin bir aracı kullanırken doğru stratejiler geliştirmelerinde öğretmenin çok önemli bir rolü olduğunu belirten enstrümental orkestrasyon kavramıyla da ilişkilendirilebilir (Trouche, 2004).

Etkili normların oluşması için bir öğretmene başka ne gibi görevler düşmektedir? Öncelikle dikkat edilmesi gereken husus normların öğretmenin öğrencilerden olan taleplerinden farklı olduğunun anlaşılmasıdır (Levenson, Tirosh & Tsamir, 2009). Normların oluşabilmesi için bunların talep edilmesi ya da öğrencilerin kendi başlarına bırakılarak bunları keşfetmelerinin beklenmesi yeterli değildir (Tatsis & Koleza, 2008). Öğretmenlerin sorgulama sırasında öğrencilerin bulduğu farklı çözümleri etkili olarak tartışmalarında ve bu çözümleri netleştirerek sonuca varmalarında önemli bir yönlendirici rolü vardır. Eğer bu yapılmazsa, yani öğrencinin kafasındaki sorular netleştirilmez ise, öğrenciler konuyu tam olarak öğrenememektedirler (Sanchez & Garcia, 2014). Yapılan çalışmalarda aynı normun farklı öğretmenler tarafından farklı normlarla ilişkilendirdiği gözlemlenmiştir. Örneğin, her iki farklı sınıfta da problemlerin çözümlerini açıklama normu benimsenmiş olmasına rağmen, bir öğretmen açıklanan çözümleri başka bir öğrencinin tekrarlaması üzerinde odaklanırken; diğer öğretmenin öğrencilerin önerilen çözümleri birbiri içerisinde bağlamaları ve diğer çözümlerle ilişkilendirmesi normuna odaklanmıştır (Lopez & Allel, 2007). Bu da normların oluşumunda öğretmenin yönlendirici rolünün etkisini göstermektedir.

Öğretim programları matematik öğrenme ortamını öğrencilerin sorgulama yapabileceği, iletişim kurabilecekleri, eleştirel düşünebilecekleri, fikirlerini rahatça paylaşıp farklı fikirleri sunabilecekleri bir yer olarak tanımlamaktadır (MEB, 2013). Böyle bir ortam ancak bu ortamı destekleyen normların belirlenmesi ile mümkündür. Her ne kadar normlar sınıflara göre değişse de çalışmalar bazı normların sorgulama tabanlı eğitim ortamını oluşturmak için ortak olabileceğini savunmaktadır. Bu normların tespit edilmesi, paylaşılması ve hangi koşullar altında ortaya çıktığının gösterilmesi sınıflarında benzer bir ortam sağlamak isteyen öğretmen ve öğretmen adaylarına faydalı olacaktır. Bu amaçla bu çalışmada teknoloji kullanan üniversite düzeyi bir sınıfta 5 haftalık bir konu süresince oluşan normlar tespit edilmiş ve örneklerle açıklanmıştır. Bulunan normlarda sosyomatematiksel normların yanı sıra teknoloji ile ilişkili sosyomatematiksel normlar olduğu gözlenmiş ve bu normların özgün bir teorik çerçeve altında tartışılması gelecek bir çalışma olarak belirlenmiştir. Bunun yanı sıra ortaya çıkan normların kendiliğinden faydalı olmayabileceği, ancak öğretmenin yönlendirici rolü ile faydalı hale gelebileceği tespit edilmiştir. Bulunan sonuçların sorgulama tabanlı bir eğitim-öğretim ortamı yaratmak ve benzer normları kendi sınıflarında geliştirmek isteyen öğretmenlere, öğretmen adaylarına ve öğretmen adaylarını yetiştiren eğitimcilere yardımcı olacağı düşünülmektedir.

Kaynakça

Abu Bakar, K., Ayub, M., Fauzi, A., & Ahmad Tarmizi, R. (2010). Utilization of computer technology in learning transformation. *International Journal of Education and Information Technologies*, *4*(2), 91-99.

Black, P., & Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability* (formerly: *Journal of Personnel Evaluation in Education*), *21*(1), 5-31.

Bowers, J., Cobb, P., & McClain, K. (1999). The evolution of mathematical practices: A case study. *Cognition and Instruction, 17*(1), 25-66.

Bowers, J. S., & Stephens, B. (2011). Using technology to explore mathematical relationships: A framework for orienting mathematics courses for prospective teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education, 14*(4), 285-304.

Chapman, O. (2011). Elementary school teachers' growth in inquiry-based teaching of mathematics. *ZDM Mathematics Education, 43(6)*, 951-963.

Cobb, P., Stephan, M., McClain, K., & Gravemeijer, K. (2011). Participating in classroom mathematical practices. In *A Journey in Mathematics Education Research* (pp. 117-163). Netherlands: Springer.

Cobb, P., Yackel, E., & Wood, T. (1992). A constructivist alternative to the representational view of mind in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics education*, *23*(1), 2-33.

Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H., & Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: Instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics, 75*(2), 213-234.

Goos, M., Galbraith, P., Renshaw, P., & Geiger, V. (2003). Perspectives on technology mediated learning in secondary school mathematics classrooms*. The Journal of Mathematical Behavior, 22*(1), 73-89.

Gravemeijer, K. (1994). Educational development and educational research in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education, 25*(5), 443–471.

Hähkiöniemi, M. (2013). Teacher's reflections on experimenting with technology-enriched inquiry-based mathematics teaching with a preplanned teaching unit. *The Journal of Mathematical Behavior, 32*(3), 295-308.

Healy, L., & Hoyles, C. (2002). Software tools for geometrical problem solving: Potentials and pitfalls. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 6*(3), 235-256.

Hershkowitz, R., & Schwarz, B. (1999). The emergent perspective in rich learning environments: Some roles of tools and activities in the construction of sociomathematical norms. *Educational Studies in Mathematics*, *39*(1-3), 149-166.

Handal, B. (2003). Teachers' mathematical beliefs: A review. *The Mathematics Educator, 13*(2), 47-57.

Johnson, E. (2013). Teachers' mathematical activity in inquiry-oriented instruction. *The Journal of Mathematical Behavior*, *32*(4), 761-775.

Johnston-Wilder, S., & Mason, J. (Eds.). (2005). *Developing thinking in geometry*. Sage.

Kazemi, E., & Stipek, D. (2001). Promoting conceptual thinking in four upper-elementary mathematics classrooms. *The Elementary School Journal*, *102*(1), 59-80.

Laborde, C. (2000). Dynamic geometry environments as a source of rich learning contexts for the complex activity of proving. *Educational Studies in Mathematics, 44*(1-2), 151-161.

Leinhardt, G., & Steele, M. D. (2005). Seeing the complexity of standing to the side: Instructional dialogues. *Cognition and Instruction, 23*(1), 87-163.

Lopez, M. L., & Allal, L. (2007). Sociomathematical norms and the regulation of problem solving in classroom microcultures. *International Journal of Educational Research, 46*(5), 252-265.

Levenson, E., Tirosh, D., & Tsamir, P. (2009). Students' perceived sociomathematical norms: The missing paradigm. *The Journal of Mathematical Behavior, 28*(2), 171-187.

Mehan, H. (1979). *Learning lessons: Social organization in the classroom*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

M.E.B. (2013). *İlköğretim matematik dersi 5-8. Sınıflar Öğretim Programı*.

Mishra, P., & Koehler, M. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. *The Teachers College Record, 108*(6), 1017-1054.

Obara, S., & Sloan, M. (2010). Classroom experiences with new curriculum materials during the implementation of performance standards in mathematics: A case study of teachers coping with change. *International Journal of Science and Mathematics Education, 8*(2), 349-372.

Özmantar, M. F., Bingölbali, E., Demir, S., Sağlam, Y., & Keser, Z. (2009). Değişen öğretim programları ve sınıf içi normlar. *International Journal of Human Sciences, 6*(2), 2-23.

Pierce, R., & Stacey, K. (2001). Observations on students' responses to learning in a CAS environment. Mathematics *Education Research Journal, 13*(1), 28-46.

Sanchez, V. & Garcia, M. (2014). Sociomathematical norms and mathematical norms related to definition in pre-service primary teachers' discourse. *Educational Studies in Mathematics*, *85*, 305-320.

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge University Press.

Straesser, R. (2002). Cabri-Geometre: Does dynamic geometry software (DGS) change geometry and its teaching and learning?. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 6*(3), 319-333.

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning, 10*(4), 313-340.

Stephan, M., & Akyuz, D. (2012). A proposed instructional theory for integer addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education, 43*(4), 428-464.

Stephan, M., Bowers, J., Cobb, P., & Gravemeijer, K. (2003). Supporting one first-grade classroom's development of measuring conceptions: analyzing learning in social context. *Journal for Research in Mathematics Education Monograph, 12*.

Tatsis, K., & Koleza, E. (2008). Social and socio-mathematical norms in collaborative problem-solving. *European Journal of Teacher Education, 31*(1), 89-100.

Trouche, L. (2004). Managing complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students' command process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 9*, 281–307.

Wells, G. (1999). *Dialogic inquiry: Towards a socio-cultural practice and theory of education*. Cambridge University Press.

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*(4), 458-477.

Yackel, E. (2002). What we can learn from analyzing the teacher's role in collective argumentation. *The Journal of Mathematical Behavior, 21*(4), 423-440.

Yackel, E., Rasmussen, C., & King, K. (2000). Social and sociomathematical norms in an advanced undergraduate mathematics course. *The Journal of Mathematical Behavior, 19*(3), 275-287.

Zbiek, R. M., & Hollebrands, K. (2008). A research-informed view of the process of incorporating mathematics technology into classroom practice by in-service and prospective teachers. In M. K. Heid & G. W. Blume (Eds.), *Research on technology and the teaching and learning of mathematics: Research syntheses* (Vol. 1, pp. 287–344). North Carolina: Information Age Publishing.