



## GeoGebra'yı Sınıfta Uygulayarak Orta Okul Öğrencilerinin Matematiksel Yeterliklerin Geliştirilmesi

Isabel María Romero Albaladejo <sup>1</sup>, María del Mar García <sup>2</sup>, Antonio Codina <sup>3</sup>

### Öz

Bu çalışma, Dinamik Geometri Sistemlerinin (özelde GeoGebra'nın) öğrencilerin matematiksel yeterliklerinin gelişimi üzerindeki etkisini inceleyen deneysel bir araştırmanın bir bölümünü raporlamaktadır. Çalışma, bir ortaokulun dört sınıfında iki aşamalı olarak gerçekleştirilmiştir. Sonuçlar, GeoGebra'nın, öğrencilerin matematiksel yeterliklerinin gelişimine farklı derecelerde yardımcı olduğunu göstermektedir. GeoGebra, öğrencilerin problem çözme, temsilleri yönetme, araçları kullanma ile alakalı yeterliklerde iyi bir performansa ulaşmasında yeterli desteği sağlamıştır. Yazılım, öğrencilerin akıl yürütme, argümantasyon ve iletişim gibi yeterliklerinin başlangıç seviyesinden orta seviyeye kadar ilerlemesinde destek olmuştur. Sosyal etkileşimin öğrencilerin ilerlemesinde anahtar bir rol oynamıştır.

### Anahtar Kelimeler

Matematik Eğitimi  
Dinamik Geometri Sistemleri  
GeoGebra  
Matematiksel Yeterlilik  
Tasarım Araştırması

### Makale Hakkında

Gönderim Tarihi: 04.03.2013  
Kabul Tarihi: 01.07.2014  
Elektronik Yayın Tarihi: 15.02.2015

DOI: 10.15390/EB.2015.2640

### Giriş

Uluslararası Matematik Eğitimi Komisyonu'na ait 1985 (Cornu ve Ralston, 1992) ve 2006 (Hoyle ve Lagrange, 2010) yıllarına ait çalışmalarda, eğitimci ve matematik eğitimi araştırmacılarının ana ilgi alanının yeni teknolojiler üzerine yapılan çalışmalar olduğu görülmüştür. İlk olarak, 80li yılların başındaki çalışmalar, hesaplama ve programlama olanakları üzerinde duruyordu. 90'larda yeni temsil ve hesaplama imkânı sağlayan Dinamik Geometri Sistemleri (DGS) ve Bilgisayar Cebir Sistemleri (BCS) sayesinde, yapılan çalışmalar matematiği bağlantılı bir şekilde çalışabilmeleri dolayısıyla bu teknolojileri bilişsel araç olarak kabul etmeye başladı. Günümüzde, teknolojiyi öğrenme amacıyla kullanan, yöntemsel konuları işaret eden ve ölçme yöntem ve araçları sağlayan çalışmalara talep vardır. (Baki, Güven, Karatas, Akkan ve Çakıroğlu, 2011).

Öğrencilerin matematiksel öğrenmelerini ilerletmek ölçmek için, matematiksel yeterliklerin gelişimine odaklanan uluslararası bir eğilim olarak PISA projesi vardır (Aydın, Sarier ve Uysal, 2012; PISA Projesi (Ekonomik Kalkınma ve İşbirliği Örgütü [OECD], 2003, 2006, 2009). PISA Projesi'ne göre:

- Matematik-içi ve dışı gibi farklı bağlamlarda, başarılı bir matematiselleştirme yapmaya istekli birey, geniş anlamda matematiksel yeterliği oluşturan birçok matematiksel alt yeterliğe de sahip olma ihtiyacıdır. Bu yeterliklerin her biri farklı uzmanlık düzeylerinde kazanılır (OECD, 2003: 40).

<sup>1</sup> Almería Üniversitesi, Eğitim Bölümü, İspanya, [imromero@ual.es](mailto:imromero@ual.es)

<sup>2</sup> Murgis Orta Okulu, Matematik Bölümü, İspanya, [miguelangellabella@gmail.com](mailto:miguelangellabella@gmail.com)

<sup>3</sup> Almería Üniversitesi, Eğitim Bölümü, İspanya, [acodina@ual.es](mailto:acodina@ual.es)

Yapılan birçok araştırma sonucuna göre DGS, bahsi geçen bu yeterliklerin kazanılmasında öğrencileri teşvik etme potansiyeline sahiptir (Aydoğan, 2007; Güven ve Kosa, 2008; Kurtuluş, 2011; Mariotti, 2006).

Bu çalışma ile DGS'nin (özelde GeoGebra'nın) ortaokul öğrencilerinin matematiksel yeterlik gelişimi üzerindeki etkilerinin bir tasarım araştırması yoluyla saptanması amaçlanmıştır. Çalışma, Almeria (İspanya)'daki bir ortaokulda iki aşamalı olarak gerçekleştirilmiştir. Sonraki bölümlerde, matematiksel yeterlik çalışmasına ait çerçeve, kullanılan yöntem, sonuçların tartışması ve bazı son çıkarımlar sunulacaktır.

### Matematiksel Yeterlikler

PISA Projesi (OECD, 2006, 2009) matematiksel yeterlik için çalışması için bir çerçeve sunmaktadır. Yukarıda da değinildiği gibi, bu matematiksel yeterlik farklı türden yeterliklerin toplamı olarak görülebilir. PISA Projesi tarafından kabul gören sekiz yeterlik (a) Düşünme ve Akıl Yürütme, (b) Tartışma-Gösterme, (c) İletişim, (d) Modelleme (e) Problem Kurma ve Çözme, (g) Gösterim, (h) Matematiksel Dili ve İşlemleri Kullanma ve (f) Araç-Gereç kullanmadır. Bu yeterlikler çeşitli matematiksel konulara göre birleştirilebilir ve her biri üzerine farklı düzeylerde uzmanlaşma gerekmektedir. Birbirleriyle ilişki içinde olsalar da, bu çalışma bahsedilen yedi yeterlik türünü ayrı ayrı ele almıştır. Sadece, Temsilleştirme ve Matematiksel Dili ve İşlemleri Kullanma, 'Düzlemde süslemeler' gibi konularda formül ve eşitlik kullanımının konu ile herhangi bir ilgisinin bulunmadığı, fakat deneyimle kazanılan matematiksel bir durum söz konusu olduğu için ve aralarındaki ilişkiden ötürü, tek bir yeterlik çeşidi olarak kabul edilmiştir. 'Problem Kurma ve Çözme' yeterliği için de, sadece problem çözme tarafı incelenmiştir. Bundan sonraki bölümlerde, her bir matematiksel yeterliği kısaca tanıtır, DGS'nin öğrencilerin bu yeterlikleri kazanması ve üzerinde uzmanlaşması hususundaki etkilerine dair çeşitli kanıtlar sunacağız. Çalışmamızın da ana odak noktası olan geometri alanına ise özellikle değineceğiz.

#### *Düşünme ve Akıl Yürütme (DAY)*

Bu yeterlik; soru kurma ve yanıtlama, çeşitli matematiksel ifadeleri (tanım, hipotez, örnek vb. gibi) ayırt edebilme ve matematiksel kavramların sınırlarını anlama ve kullanabilmeyi içermektedir. Geleneksel İlk ve ortaokul matematik öğretim programları, öğrencilerin şekillerin tanım ve özelliklerinin listesini öğrenmeyi gerektirmektedir. Öğrenciler, tüm bu özellik ve tanımları ezberlemek yerine, bireysel olarak anlamlı geometrik kavramlar oluşturmalı ve problemleri analiz edebilecekleri düşünce biçimleri geliştirmelidir (Battista, 2001). Olkun, Sinoplu ve Deryakulu (2005), DGS kullanımının, öğrencilerin şekilleri analiz etmek için kullanacağı geometrik özellikleri içeren kavramsal sistemler geliştirme ve anlamasında ve listelerce şekil özelliği ezberlemek yerine üst düzey geometrik düşünme becerisi geliştirmesi hususunda etkili olacağını ortaya koymuşlardır.

#### *Argümantasyon-Gösterim (AG)*

Son birkaç on yıl içinde, argümantasyon ve matematiksel ispat arasındaki farklar üzerine yapılan tartışmalar giderek daha da konu ile ilintili bir hal almıştır. Duval (1999)'a göre argümantasyon, belirli bir olgunun doğruluğu ya da yanlışlığı hususunda birini ikna etmek amacıyla geliştirilen söylemi içeren süreç olarak ele alınabilir. Öte yandan kanıt, bir durumu teorik geçerliliğe götüren olası sonuçların mantıksal bir zinciridir. Mariotti (2006) bu iki kavram arasında bir belirsizlik olduğunu kabul eden birçok çalışmanın, ikisi arasındaki muhtemel süreklilik durumunu dikkate alarak, bu iki süreç arasındaki ilişkiyi açıklığa kavuşturmaya çalıştığını ifade etmiştir.

DGS'nin, informal argümantasyon ile formal ispatı birbirine bağlayarak, yeni bakışlar sağladığı (Olivero ve Robutti, 2001), varsayımlara yaklaşım ve doğrulanmalarını keşfetme ve gösterme yardımıyla desteklediği yaygınca kabul gören bir bakış açıdır. Aynı şekilde, Laborde, Kynigos, Hollebrands ve Straesser (2006), DGS'nin lise düzeyindeki öğrencilerce kullanılmasının, geometrik kavramların anlaşılabilirliğini geliştirdiğine ve öğrencilerin, herhangi bir duruma formal kanıtlar getirebilme düzeyinin gelişimine katkıda bulunduğuna işaret etmişlerdir.

### **İletişim (İ)**

Matematiksel iletişim kurabilme yeterliğine ek olarak, matematik öğrenmede dilin önemi de önemli bir husustur (Duval, 2002). Son yıllarda, öğrenmenin nasıl gerçekleştiğini anlamak adına, sadece yazılı söylem değil, aynı zamanda sözlü söylemin de analiz edilmesi gerektiğinin önemi vurgulanmaktadır. Christou, Mousoulides, Pittalis ve Pitta-Pantazi (2004), DGS'nin, göstermeden önce, tahminlerinin geçerliliğinden emin oldukları aşama süresince, öğrencilerin aktif katılımına katkıda bulunduğuna dikkati çekmiştir.

### **Modelleme (M)**

"Modelleme" terimi birçok araştırmacı tarafından geliştirilmiş olup; son yorumlamalar, öğrencilerin, özellikle DGS kullanıldığında, benzetim ve problem çözmedeki matematiksel anlamalarının gelişimi üzerinde oynadığı büyük role dikkat çekmektedir (Pierce ve Stacey, 2011). Genel olarak, DGS ile model kurma süreci, Schumann (2004)'in modelindeki gibi, OECD tarafından tanımlanan matematik diline aktarma ile oldukça benzer niteliktedir. Aralarındaki temel fark ise 2D ve 3D özelliğindeki geometrik nesnelere dinamik olarak etkileşme ihtimalidir. Bu durumda; tüm süreci geçerli kılarak, model kurma süreç ve sonucunu yorumlama ile özgün problemi dikkate alarak çeşitli matematiksel çözümler üretmede sürüklemenin özel bir yararı vardır (Arzarello, Micheletti, Olivero ve Robutti, 1998; Guven ve Kosa, 2008; Olivero ve Robutti, 2001; Santos-Trigo, 2008).

### **Problem Çözme (PÇ)**

Problem çözme, matematik öğretim programlarının belkemiği olmalıdır. Aslında, geriye kalan diğer matematiksel yeterlikler bu problem çözme destekler niteliktedir. Teknoloji kullanımının, öğrencilerin bu yeterliğinin geliştirilmesi üzerindeki etkisi birçok araştırma tarafından ortaya konulmuştur. Underwood ve diğerleri (2005) ve Yerushalmy (2005), bu araçların, öğrencilerin matematiksel bir problem çözme süreciyle karşılaştıklarında kullanabilecekleri çeşitli niteliklerine dikkati çekmişlerdir: düşünceleri test edebilme, dönüt alabilme ya da nesnelere manipüle etme olanakları gibi. Santos-Trigo (2008)'ya göre, matematiksel problem çözmenin bazı yanları, DGS kullanımıyla gelişir. Örneğin, DGS, şekillerin ilgili yanlarını dikkate alarak problemi düşünmeye teşvik eder ve görsel, ampirik, çıkarımsal ve formel kanıtlar gibi çeşitli yöntemleri dikkate alarak hipotezi destekleme yoluyla, herhangi bir hipotezin doğrulama sürecini kolaylaştırır. Sinclair ve Yurita (2008) da, öğrencilerin, mantığa bürüne ve gösterme yoluyla problem çözme sürecinin gelişimi üzerinde DGS'nin etkilerini incelemiştir.

### **Temsilleştirme (T)**

Lupiañez ve Moreno (2001)'ya göre matematikteki geleneksel analitik temsiller, genelinde taşıdıkları durağan karakterine dinamik bir bileşen ekleyen yeni teknolojiler sayesinde fazlaca tamamlanmış ve genişletilmiştir. Çalıştırılabilir temsil terimi, temsil sistemlerine eklenmiş ve bu yazarlara göre, çalıştırılabilir temsiller, kullanıcının kim olduğuna bakmaksızın, bilişsel hareketlerini taklit etme potansiyelini taşırlar. DGS dahilinde de, bu çalıştırılabilir temsiller manipüle edilebilir olduklarından kısmen ilintilidir. Çünkü direkt olarak üzerinde oynama yapılabilir olduklarından, matematiksel nesnelere belirli özelliklerini gösterebilmeyi sağlar (Hanna, 2000) ve farklı matematiksel kavramlar arasındaki karşılıklı dinamik ilişkiler (Bayazit ve Aksoy, 2010) olarak, matematik öğretim-öğrenim kalitesini yükselterek ve durağan temsillerin üzerinde belirgin bir avantaj sağlayarak bunu mümkün kılarlar (Cengel ve Karadağ, 2010).

Bu yeterlik hususunda üzerinde düşünülmesi gereken bir diğer nokta ise aynı matematiksel nesne veya duruma ait farklı temsiller arasında dönüşüm yapabilme yeterliliğidir ki bu yeterlik matematiksel analama için temel süreçlerden biri olarak düşünülmektedir (Duval, 2002). Öğrenciler, bir nesne veya durumun farklı temsilleri arasındaki bağlantı ve ilişkileri incelemeyi gerektiren problemleri çözerken zorluk yaşamaktadırlar. Bu bağlamda, DGS ile çalışmak oldukça yararlı olacaktır. Çünkü DGS aynı nesneye ait farklı temsiller sunar ve elle yapılması çok zor ya da imkansız olan birçok fiziksel eyleme olanak verir ve böylece problem çözme etkinliği süresince keşfetme, sorgulama, karşılaştırma ve hipotezleri doğrulamaya yardımcı olabilir.

### *Araç-Gereç Kullanma (AGK)*

Öğrencilerin, matematiksel ve aynı zamanda teknolojik okuryazarlık geliştirmeleri adına gerekli olan değişik araç ve teknolojik gereçlerin kullanımı ve yönetimi konusunda bilgi kazanması önemli bir noktadır. Hâlihazırda var olan kaynaklar öğrencilere göre uyarlanmalıdır. Eğer öğrencilerin matematiksel yeterliklerini geliştirmeye yardımcı olmayacaksa, geometri problemlerini çözerken güçlü araçlar kullanmanın anlamı da yoktur. GeoGebra'nın kullanıcı-dostu oluşu, bu araştırma için seçilmesinde belirleyici faktörlerden biri olmuştur. Çünkü çalışmanın amacı öğrencileri yazılım üzerine eğitmek için zaman harcamak yerine programın kullanımı ve sunduğu diğer olanaklar konusunda öğrencilere kısa bir sunum yapmak ve geri kalanında öğrencinin programdan yararlanabilmesi adına kendi başına en iyi yolu bulmasını sağlamak, diğer bir deyişle çeşitli yazılım araçlarının bireysel olarak özgürce keşfedilebilmesini desteklemektir.

Her bir yeterlik için, PISA, çeşitli türden matematiksel problemleri çözmek için gerekli olan bilişsel gereklilikleri dikkate alarak, üç uzmanlık düzeyi tanımlamıştır: üretim, ilişkiler ve yansıtma (OECD, 2003). Üretim düzeyinde, öğrenciler alıştırmaya tipinden görevler için bilgi üretebilmeli ve rutin işlemleri yapabilmelidirler. İlişkiler düzeyinde, öğrenciler görev üzerinde ilişkiler kurmalı ve bir miktar geliştirme yapmalıdır. Son olarak, yansıtma düzeyinde, öğrenciler ileri seviyede akıl yürütme, argümantasyonda bulunma, çıkarım yapma ve yeni bağlamlarda model kurma becerilerini uygulamalıdır.

Çalışmamızda, geometri alanındaki 3 yeterlik düzeyini tanımlamak adına, her bir yeterlik için çeşitli göstergeler verilmiştir (García, 2011). Örneğin, PISA düzeyleri ve Gutiérrez (2005)'in çalışması dikkate alınarak genişletilen göstergeler, Argümantasyon - Gösterim yeterliği için şu şekilde sıralanabilir:

1. **Düzye:** Üretim. Öğrenci, geometrik nesnelere özelliklerine göre sınıflayabilir. Öğrenci, düşük düzeyde deneysel gösterimlerde bulunabilir; yani görsel öğeler kullanarak ya da bir örneğin matematiksel unsurlarını ya da herhangi bir özelliğini gözlemleyerek, geometrik özelliklerin doğrulanması yapılabilir.
2. **Düzye:** İlişkiler. Öğrenci, geometrik nesnelere özelliklerine göre sınıflayabilir ve informal kanıtlar sunabilir. Öğrenci, geometrik özellik ve ilişkileri, önemli örnekler eşliğinde veya daha ileriye gidecek olursak, konunun özüne işaret eden bir örnek ile beraber deneysel olarak gösterebilir.
3. **Düzye:** Yansıtma. Öğrenci, çeşitli örneklerden hareketle birtakım kural ve genellemelere varabilir ve tümdengelimsel yargılarda bulunabilir. Öğrenci, verilen bir yargıdaki tutarsızlık veya uyumsuzlukları belirleyebilir ve verilen geometrik nesnelere özelliklerini karşılaştırarak aralarındaki benzerlik ve farklılıkları bulabilir. Öğrenci, tümdengelimsel kanıtlar sunabilir.

PISA Programı çerçevesinde, öğrencilerin belirli matematiksel görevleri uygularken kullandıkları becerileri, her bir matematiksel yeterlik düzeyi ile açıklamak mümkündür (OECD, 2003). Bu çalışmanın amacı, DGS GeoGebra'nın ortaokul öğrencilerinin matematiksel yeterliklerinin gelişimi üzerindeki etkilerini incelemek olduğundan, öğrencilerin buldukları düzeyleri belirlemek ve süreç boyunca bunlar arasında herhangi bir değişim olup olmadığını belirlemek adına, bir görevler dizisi tasarlandı. Öğrencilerin, verilen farklı türden görevlerde harekete geçirecekleri beceri ve kapasiteleri, her bir görev için ayrı ayrı açıklanmış ve sonraki bölümde açıklayacağımız üzere, görev ve yeterliklerin gelişim düzeyleri arasındaki bağlantı işlevini görmüştür.

## Yöntem

Eğitimde teknolojinin gerçek gücünü gösterecek bir sınıf-temelli araştırma, beraberinde geleneksel sınıf farklılıklarının üstesinden gelebilecek türde yenilikçi yaklaşımları gerektirir (Duval, 2002). Bu çalışmada bir tasarım araştırması olarak öğretim deneyi yaklaşımı (Confrey, 2006), iki matematik eğitimi araştırmacısı ve bir ortaokul matematik öğretmeni tarafından gerçekleştirilmiştir. (Confrey ve Lachance, 2000; Molina ve diğerleri, 2011) gerçekleştirildi (Garcia, 2011). Çalışma, iki aşamalı olarak yürütülmüştür

İlk aşama, bir devlet okulunda, yaşları 15-16 arasında değişen ve her biri 21 öğrenciden oluşan iki sınıfta bir ay süresince yürütüldü. Okul, her iki öğrenciyen bir bilgisayar düşecek şekilde sınıfları hazırladı. Bu arada, okulun matematik öğretmeni bu makalenin ikinci yazarı ve bu araştırma grubunun da bir üyesidir. Öğrencilerin, öncesinde herhangi bir matematiksel yazılım kullanma deneyimi bulunmamaktadır. Bu aşamanın amacı, ikinci aşama için pilot bir uygulama yapmaktır. Ana hedefler: a) iki farklı DGS'yi ölçmek: C.a.R. ve GeoGebra, ve birini sonraki döngü için seçmek; b) öğrencilerin matematiksel yeterliklerini geliştirmek öğretim etkinlikleri tasarlamak, uygulamak ve düzenleme c) yeterlilik gelişimi için gözlem araçları tasarlamak, kullanmak ve bunları sürece uyarlamaktır. Birinci aşama sonunda:

- GeoGebra, son araştırmalarca (Hohenwarter, Hohenwarter, Kreis ve Lavicza (2008); Preiner (2008) tarafından da desteklenen ücretsiz bir geometri öğrenme-öğretme potansiyeline sahip yazılım olduğu için seçilmiştir. Preiner ile benzer düşünceler içinde, GeoGebra'nın matematiksel deneyler, etkileşimsel keşifler ve buluş yoluyla öğrenmeye izin vererek, aktif ve öğrenci merkezli öğrenmeyi desteklediği açıktır.
- Düzlemde süzlemeler konusu için 9 görevden oluşan bir öğretim etkinlikleri, ikinci turda kullanılmak üzere hazırlandı. Bu konunun seçilme nedenleri olarak (a) İspanya'daki matematik müfredatının bir parçası olması, (b) DGS ile çalışılmaya oldukça uygun olması (Arranz, Losada, Mora ve Sada, 2009; Mora, 2009) ve (c) El-Hamra Sarayı-Gırnata bağlamında karşılaşılan sorunlar göz önüne alındığında yerel tarih ile okul matematiğini bağdaştırmaya da izin vermesi sayılabilir. Öğrenciler ikili gruplar halinde (bir bilgisayarı paylaşarak) rehberli keşif kapsamında ortaklaşa çalışmak durumdadırlar. Görevler, geometri alanı için belirlenen ve üretmeden yansıtmaya kadar giden matematiksel yeterlik düzeylerinin gelişimi için öğrencilere fırsat sunabilmek adına, belirlenen araştırma grubu tarafından analiz edilmiştir. Bunu yaparak, grubun her üyesi birinci aşamadaki gözlemlere dayanarak, her bir görevi öğrenciler yapmadan önce çözmüş, bir öğrencinin verilen görevi yapabilmesinde gerekli olan kapasiteleri belirlemiş ve her bir kapasiteyi belirli bir düzeydeki yine belirli yeterliklerle bağdaştırmıştır. Sonrasında ise üçgenleme ve uyuşma süreci gelmektedir. Tablo 1'de, zircirde yer alan 5 numaralı görevin analizini göreceksiniz. Geriye kalan diğer görevler ve muhtemel analizleri için Garcia'ya (2011, ss. 654-658 ve 661-666) danışılabilir.

Görev 5: Vezir, "Abencerrajes Odası"nı (ki bu oda Gırnata'daki El-Hamra Sarayı'ndaki sultana ait yatak odasıdır) tasarruf etmek amacıyla her bir köşesi eşit olan fayanslarla (ki bu fayanslar düzensiz biçimdekilerden daha ucuz) kaplamanız gerektiğini söylüyor. Bu fayanslar hangi şekilde olabilir? Daha fazla köşeye ve daha düzenli mozağe sahip fayanslar temin edebilir misiniz? Yanıtlarınızı gerekçeli bir biçimde sununuz.

**Tablo 1.** Görev 5 için Yetki, Yeterlik ve Düzeyler

Yetkiler	Yeterlilikler	Düzy
C.1. Gerçek hayata dair sorunları matematiksel terimlerle ifade edebilir.	DAY, MK, T	3
C.2. Kullanılan strateji ve elde edilen bulguları yazılı ve sözlü bir biçimde ifade edebilir.		
C.2.1. Kendi cümleleriyle sözlü olarak kendisini ifade edebilir.	İ, PÇ	1
C.2.2. Uygun matematiksel sözcükleri kullanarak sözlü olarak kendisini ifade edebilir.	İ, PÇ	2
C.2.3. Kendi cümleleriyle yazılı olarak kendisini ifade edebilir.	İ, PÇ	1
C.2.4. Uygun matematiksel sözcükleri kullanarak yazılı olarak kendisini ifade edebilir.	İ, PÇ	2
C.3. Bir şeklin zemindeki boşluksuz dizilimine ait temsilleri, çizimleri ve izometri kullanmayı ayırt edebilir.	DAY, MK, PÇ, İ	2
C.4. Bir tür izometri kullanarak bir şekle ait boşluksuz düzenli dizimler yaratabilir.	DAY, MK, PÇ, AGK	3
C.5. Köşe noktada yer alan eşit açıları tespit edebilir.	DAY, İG, T	2
C.6. Bir düzlemin neden sadece 3 düzenli dizilimi olduğu konusunda görüş bildirebilir.		
C.6.1. Herhangi bir ölçüte bakılmaksızın seçilen somut örnekler sunarak, sadece görsel argümanlardan yararlanır.	DAY, İG, MK, PÇ	1
C.6.2. Bir düzlemin diziliminde gerekli olan düzenli çokgenler için gerekli koşulları sağlar. ( $\text{açı} = 360^\circ$ 'nin böleni)	DAY, İG, MK, PÇ	3
C.6.3. 3 düzenli diziliminin benzersizliği konusunda tartışma yapar ( $360^\circ$ 'nin başka böleni yoktur).	DAY, İG, MK, PÇ	3
C.6.4. Herhangi bir tartışmaya dahil olmaz.	DAY, İG, MK, PÇ	0
C.7. Diğer öğrencilerin ve öğretmenlerinin ifadelerini anlar.	DAY, İ	3
C.8. GeoGebra yazılımını kullanır.		
C.8.1. Düzenli çokgenler çizebilir.	DAY, AGK	2
C.8.2. Dizilim yapabilmek için gerekli olan ve program tarafından sağlanan değişik izometrik araçları uygun bir şekilde kullanır.	DAY, AGK	3

**Not:** DAY=Düşünme ve Akıl Yürütme, İG=İspatlama-Gösterme, İ=İletişim,

M=Model Kurma, PÇ=Problem Kurma ve Çözme, T=Temsilleme, AGK=Araç ve Gereç Kullanımı.

- Bundan sonraki gözlem araçları bir sonraki aşama için veri toplamak amacıyla seçilmiştir: Gözlem tabloları (tablo 1'de verilene benzer şekilde, tabloların sol sütunları tüm görev tipleri içindir ve gözlem gridi olarak araştırmacı-öğretmen tarafından doldurulacak ve dışarıdan bir gözlemci ile de karşılaştırılacaktır), araştırmacı-öğretmen tarafından tutulan sınıf günlüğü, öğrencilerin görevlere verdikleri yazılı cevaplar, GeoGebra dosyaları ve ses kayıtları (her bir öğrenci mikrofonu olan bir kulaklık ve grup arkadaşıyla olan iletişim ve konu ile ilgili yorumlarını problem çözme süreçleri boyunca kayıt edebilen özel bir yazılım kullanmıştır).

İkinci aşama, birinci aşamada bahsi geçen devlet okulunun aynı iki sınıfında iki ay süresince uygulanmıştır. Her sınıf, yaşları 15-16 arasında değişen ve daha önce herhangi bir matematiksel yazılım kullanma deneyimi olmayan öğrencilerden oluşan 23 kişilik mevcuda sahipti. GeoGebra ile tümdengelsel zincirlere geçmeden önce, matematiksel yazılımın kullanımı (ismen, ikili gruplar eşliğinde bağlamsal problem çözme ve rehberli keşif yoluyla öğrenme) hariç, tasarımın geriye kalan diğer tüm yöntemsel yönlerini öğrencilere tanıtmak adına, her iki sınıfta da birtakım dersler yapıldı. GeoGebra deneyimi kazanmadan önce öğrencilerin yeterlik düzeyini ölçmek adına, önceki derslere ait kağıt-kalem görevleri için, Tablo 1'de görüldüğü gibi gözlem tabloları tasarlandı. İkinci aşamanın amaçları şunlardır:

- DGS (GeoGebra) ile çalışmalarını süresince öğrencilerin yeterlik düzeylerini belirlemek,
- Yeterlik gelişim sürecini tanımlamak,
- Yazılım ile grup arkadaşı ve öğretmenle olan etkileşimin yeterlik gelişimi üzerindeki etkilerini incelemek.

Veriler, tüm sınıf (her iki sınıf dahil) ve her birinde 6 öğrenci olmak koşuluyla 12 öğrenciden oluşan bir örneklem olmak üzere iki şekilde toplandı. Öğrenciler, her sınıf için temsili örneklem oluşturabilmek adına, GeoGebra deneyimi öncesi yeterlik başarı düzeyleri ve konuya olan tutumları arasındaki bileşim göz önüne alınarak seçildi.

Veri analizi de aynı şekilde her iki sınıfın tümü ve örneklem grubu olmak üzere iki aşamada gerçekleşti. Tüm öğrenci grubu için, araştırmacı-öğretmen günlüğündeki bilgileri kayıt ve analiz etmek amacıyla gözlem tablolarına ait göstergeleri kullandı. Bu tablola, araştırmacı-öğretmen ve eğitimli bir uzman tarafından yapılan rastgele oturumlarda dolduruldu. Gözlemciler arası uyuma dayalı Kappa katsayısı = .87 olarak elde edildi. Gözlem tabloları, aynı zamanda, öğrencilerin verilen görevlere yönelik yazılı çözümlerini ve her bir grup öğrenci başına verilen her ayrı görev için kayıtlı tutulan GeoGebra dosyalarını analiz etmek için de kullanıldı. Gözlemci uyumu için genel bir seviye üzerinde her bir sınıf için yeterlik gelişimi hakkında bilgi veren, toplanan verilerin ve karşılıklı uyumun (Boykin ve Nelson, 1981; Mudford, Taylor ve Martin, 2009) üçgenlemesi yoluyla elde edilen bilgiler dikkate alındı. Gözlem gridleri öğrencinin her görev için çözüm sürecindeyken kullandığı kapasiteyi kayıt altına almayı sağladığı ve bu kapasiteler ile yeterlik başarı düzeyleri arasında da anlamlı bir ilişki bulunduğu için, Excel ve SPSS yazılımı kullanılarak, her bir öğrenci için bu kapasitelerin ilgili bulunduğu yeterliklerin yüzdesi elde edilebilmiştir. Beraberinde, eğer öğrenci bulunduğu seviye itibarıyla en az %75 oranında kapasiteye sahip görünüyorsa ve önceki düzeylerde de yine en az %75 başarı göstermişse, belli bir düzeye yerleştirilmiştir.

Örneklemdaki 12 öğrenci için ise GeoGebra görevleri (GG görevleri) için üretilen yazılı çözümler aracılığıyla veriler toplanmıştır. Öğrencilerin GeoGebra dosyalarına ait ses kayıtları ve sınıf içi gözlem tabloları, nitel araştırma yazılımı olan Atlas.ti v 6.0 kullanılarak analiz edilmiştir. Bunu yaparken, ilk aşama ses kayıtlarını, dosyaları ve örneklemdaki her bir öğrenciye ait her ayrı görev için tutulan yazılı iletişim kurallarını yazılıma eklemektir. Sonrasında, öğrencilerin GeoGebra ile çalışmalarını her bir görev için yeniden yapılandırılmış olacak şekilde verileri sisteme entegre etmektir. Bir sonraki aşama ise değişik düzeydeki yeterliklerle ilişkili olan her bir yeterliği esas alarak, materyali kodlamaktır. Her oturumda bu önemli parçaları Atlas.ti aracılığıyla kodlamak ve analiz etmek, yeterlik gelişim sürecini anlamaya ve bu gelişimde etkili olan DGS özellikleri (Santos-Trigo, 2008), grup arkadaşı ve/veya öğretmenle, ya da verilen görevin kendisiyle olan öğrenci etkileşimi gibi birtakım faktörleri saptamaya yardımcı olmuştur. Bu süreç, bir Atlas.ti kullanım ve sınıf-içi söylem analizi uzmanı tarafından da incelenmiş ve onaylanmıştır.

## Sonuçlar ve Tartışma

Araştırmanın ilk aşaması ikincisi öncesi pilot uygulama kabul edildiğinden, bu makalede son döngünün sonuçlarını raporlaştırıp tartışacağız.

### *Yeterlik Gelişiminde Erişilen Düzeyler*

Her iki sınıftaki 46 öğrenciden elde edilen sonuçlara göre yeterlik gelişiminin homojen dağılım göstermediği görülmüştür. Bu durum da öğrenci gruplarının farklı türden yeterlikler için birbirinden farklı düzeylere ulaştığının kanıtıdır. Öte yandan, öğrencilerin genel matematiksel yeterliklerinin DGS ile kazandıkları deneyimler süresince geliştiği de bir gerçektir. Öncesinde, 46 öğrenciden yalnızca 4 tanesi yüksek yeterlik düzeyinde iken, geri kalanı düşük veya orta düzeydeydi. DGS sonrasında, öğrencilerin çoğu orta ve yüksek düzeye eriştiler ve 14 öğrenci önceden belirlenmiş olan 7 yeterlik düzeyinin hepsinde yüksek gelişim göstermiştir. Aynı şekilde şu da gözlemlenmiştir ki DGS ile çalışma boyunca tüm öğrenciler bir şekilde bu süreçten faydalanırken, yazılım özellikle DGS öncesinde düşük bilişsel düzeyde olan öğrenciler için kayda değer bir gelişim sağlamıştır. Tablo 2, 46 öğrencinin GeoGebra ile çalışma öncesi (kağıt-kalem görevleri) ve sonrası (GeoGebra görevleri) sahip olduğu genel matematiksel yeterlik düzeyini göstermektedir.

**Tablo 2.** Öğrencilerin Yeterlik Gelişim Düzeyleri

Düzye	Genel Matematiksel Yeterlik	
	KK	GG
0	28.3	2.2
1	34.8	17.4
2	28.3	50.0
3	8.7	30.4

**Not:** Örneklem = 46 öğrenci. Değerler yüzdelik olarak ifade edilmiştir.

KK = Kağıt-Kalem Görevleri, GG = GeoGebra Görevleri.

Örneklemdeki 12 öğrencinin yeterlik gelişimine ait sonuçlar daha detaylı analiz edilmiştir. Tablo 3 çalışmada yer alan 7 matematiksel yeterliğin her birinin gelişimini göstermektedir. Bu sonuçlar, DGS ile çalışma sonucunda, her öğrencinin eşit düzeyde gelişim göstermediğine dair genel düşüncüyü de destekler niteliktedir.

**Tablo 3.** Örneklemdeki Öğrencilerin Yeterlik Gelişim Düzeyleri

Yeterlilikler	Görev Türü	Düzye				
		0	1	2	2-3	3
DAY	KK	25.0	25.0	41.7	.0	8.3
	GG	.0	8.3	8.3	41.7	41.7
AG	KK	50.0	33.3	8.3	.0	8.3
	GG	.0	8.3	16.7	41.7	33.3
İ	KK	33.3	33.3	25.0	.0	8.3
	GG	.0	16.7	25.0	25.0	33.3
M <sup>a</sup>	KK	16.7	41.7	33.3	8.3	
	GG	.0	8.3	0.0	91.7	
PÇ	KK	16.7	33.3	41.7	.0	8.3
	GG	.0	8.3	8.3	16.7	66.7
T	KK	16.7	33.3	41.7	.0	8.3
	GG	.0	8.3	8.3	.0	83.3
AGK <sup>b</sup>	KK					
	GG	.0	8.3	.0	8.3	83.3

**Not:** DAY = Düşünme ve Akıl Yürütme, AG = Argümantasyon-Gösterim, İ = İletişim,

M = Modelleme, PÇ = Problem Kurma ve Çözme, T = Temsilleştirme, AGK = Araç ve Gereç Kullanımı

<sup>a</sup> Bu zincirdeki görevler, Model Kurma yeterliği için ikinci düzeyde (İlişkiler) olmak durumundadır. Sadece Görev 9, üçüncü düzeyi (Yansıma) gerektirmektedir.

<sup>b</sup> Kağıt-kalem görevlerinde, Araç-Gereç Kullanma yeterliği tespit edilememiştir.



DGS ile çalışmanın genel anlamda öğrencilerin matematiksel yeterliklerin gelişimi üzerinde önemli bir katkısı olmuştur. Fakat bu katkı bazı yeterliklerde diğerlerden daha belirgin durumdadır. Yazılımın, öğrencilerin neredeyse tümünün hızlı bir gelişme göstermesine yardımcı olduğu Temsilleme Araç-Gereç Kullanma yeterlikleri için bu katkı oldukça fazladır. Bu yeterliklerdeki Yansıtma düzeyi %80'i aşan oranda sağlanmıştır. Modelleme Problem Kurma ve Çözme yeterlikleri için öğrencilerin çoğu, yine aynı şekilde yazılım sayesinde, ilişkiler ya da Yansıtma düzeyine çıkabilmişlerdir.

Aşağıda görüleceği üzere, sırasıyla Düşünme ve Akıl Yürütme, İspatlama-Gösterme ve İletişim yeterlikleri için GeoGebra öğrencilerin yeterli düzeye ulaşmasında pek de fazla etkili olamamıştır. Üretme ve hatta İlişkiler düzeyinde bu yeterlikleri göstermeleri konusunda öğrencilere oldukça yardımcı olsa da, daha fazla alan bilgisi içeren durumlarda öğrencilerin dışarıdan da yardıma ihtiyaç duyduğu görülmüştür. Yine de, genel olarak bakıldığında, DGS öğrencileri önceki durumlarından bir adım öteye götürmüştür. Yani GeoGebra ile çalışmaya başlamadan önce, hazırlık oturumlarında bu yeterliklere sahip olduklarına dair hiçbir belirti göstermeyen öğrencilerin, yazılımla birlikte problem çözmeye başlamasıyla Üretme düzeyine geldikleri, Üretme düzeyinde bulunanların İlişkiler düzeyine eriştikleri ve halihazırda Bağlantılar düzeyinde olanların (sayıca oldukça az) ise Yansıtma düzeyine ulaştığı görülmüştür. Çoğu öğrencinin bu düzende gelişim gösterdiği görülse de, DGS ile çalışmanın etkileri oldukça şaşırtıcıdır. Öğrenciler, 0 veya çok düşük performans düzeyinden Bağlantılar ya da Yansıtma düzeyine çıkabilmişlerdir. Tablo 4, örnekleme yer alan öğrencilerin GeoGebra deneyimi öncesi ve sonrası ulaştıkları Düşünme ve Akıl Yürütme, İspatlama-Gösterme ve İletişim yeterlik düzeylerini göstermektedir.

**Tablo 4.** Örneklemedeki Öğrencilerin Düşünme ve Akıl Yürütme, İspatlama-Gösterme ve İletişim Yeterlilik Gelişim Düzeyleri

Yeterlilikler	Görev Türü	Öğrenci											
		S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12
DAY	KK	2	2	.*	3	1	2	.*	2	2	2	.*	2
	GG	2-3	2-3	3	3	2-3	2-3	2	3	2-3	3	1	3
AG	KK	2	.*	.*	3	.*	1	.*	1	.*	2	.*	1
	GG	2-3	2	3	3	2-3	2-3	2	3	2-3	2-3	1	2-3
İ	KK	2	1	.*	3	1	1	.*	2	.*	2	.*	1
	GG	2	2	3	3	2	2-3	1	3	2-3	2-3	1	3

**Not:** Değerler yeterlilik düzeyini yansıtmaktadır.

DAY= Düşünme ve Akıl Yürütme, İG= Argümantasyon-Gösterim, İ= İletişim,

KK = Kağıt-kalem görevleri, GG=GeoGebra görevleri.

\* herhangi bir yeterlilik düzeyi saptanamamıştır.

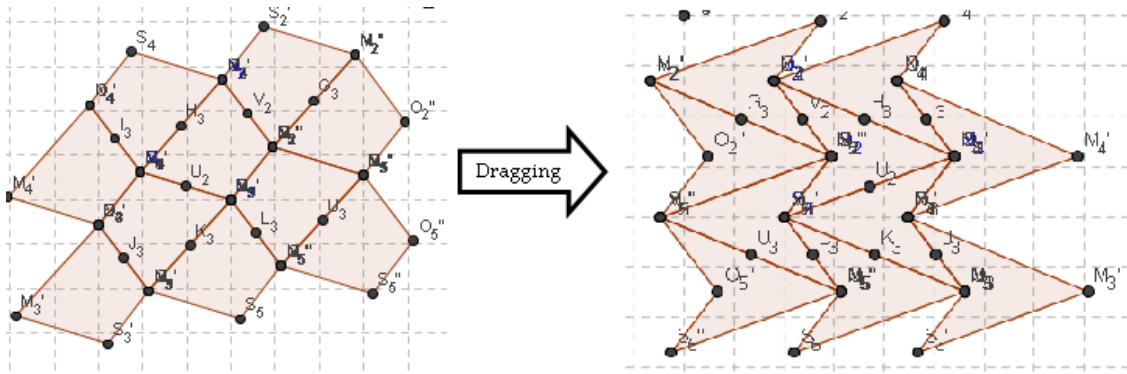
#### *Yeterlilik Gelişimindeki İlerleme*

Örnekleme grubunda yer alan öğrencilere ait veri analizi, bazı belli yeterliklerin gelişiminin diğerlerinin de gelişimi üzerinde etkisi olduğunu göstermiştir. Şöyle ki, Araç-Gereç Kullanma yeterliğine yeterli düzeyde sahip olmak Temsilleme yeterliğinin gelişimine de katkı sağlamıştır. Dolayısıyla bu da Argümantasyon-Gösterim yeterliğinde gelişime katkı sağlayan Düşünme ve Akıl Yürütme' de ilerlemeyi tetiklemiştir.

Sürecin başında, GeoGebra öncesinde uygulama ilgili neredeyse hiçbir deneyime sahip olmayan ve yeterli düzeyde yeterliğe ulaşabilen öğrenciler için oldukça içgüdüsel ve kullanımı kolay bir uygulama gibi görünmüştür. Bu durum, öğrencilerin, kendilerini daha fazla düşünmeye iterek zaman alan kağıt-kalem uygulamalarından daha doğru geometrik temsiller oluşturabilmelerine izin vermiştir. Her bir yapı için değişmez olan matematiksel özellikleri, temsilleri eyletim ile deneme-yanıma yoluyla ölçülebilir kılan GeoGebra, matematiksel özellikleri mantığa bürümeye bakımından da öğrencilerin gelişimini sağlamıştır. Öte yandan, GeoGebra'nın etkileşim özelliği sayesinde, öğrenciler önceki rastgele harekete geçme eğilimlerini bir kenara bırakarak, attıkları her adımın uygunluğunu

anında kontrol etme imkanına sahip olmuştur. Zamanla GeoGebra, öğrencilerin kendi zihinsel süreçlerini amaçlarını önceden planlamaya ve bu amaçlara ulaşabilmeleri adına da stratejiler geliştirmeye yönlendirmelerine destek olmuştur. Bu da, karmaşık akıl yürütme kapasitelerinin artmasıyla birlikte öğrencileri yargı ve kanıt aramaları konusunda güdülemiş ve yaptıkları açıklama ve gösterimlerin kalitesinin artmasında da oldukça etkili olmuştur.

GeoGebra'nın argümantasyon-Gösterim ve İletişim yeterliklerinin gelişimi üzerindeki etkisini gösterebilmek adına, bir çift öğrenci grubunun uçak diziliminde dört kenara sahip her tür nesnenin kullanımının neden mümkün olduğu üzerine yapılan açıklamaları anlamlandırma çabalarını içeren bir bölüm göstereceğiz. Öğretmen, süreç boyunca öğrencilere yardım etmektedir ve sürecin sonunda öğrencilere, farklı bir dörtgen örneği kullanıldığında, öğrenciler tarafından oluşturulan mozaığın tepe noktasında ne olduğunu görmek için 'sürükleme' aracını kullanmalarını önermektedir. 'Sürükleme' kullandıktan sonra oluşan mozaığe ve mozaığın aslına ait şekiller ile birlikte öğrenciler arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir:



Şekil 1. Mozaığın Aslı ve Sürükleme Sonucu Dönüşen Hali

Ö1- Bir dörtgenin açıları toplamı 360 derecedir ve ...

Ö2- Evet, evet, evet, dörtgenin açıları toplamı

Ö1- 360°

Ö2- 360, peki başka?

Ö1- Öyleyse her köşe noktasında, dört kö..., dörtgenin dört ayrı köşesi olarak, toplam 360° ederler. O zaman her köşe noktasında, değil mi? Çünkü şu köşe noktasına bak: Dörtgenin bir köşesi burada, sonra diğer bir köşe, sonra dörtgenin üçüncü köşesi ve son olarak da dördüncüsü.

Ö2- Aaa! Çünkü dörtgenin dört köşesi de birbiriyle bir noktada buluşuyor

Ö1- Kesinlikle, her bir köşe noktasında dörtgenin köşeleri buluşuyor.

Ö2- [görev kağıdına yazar] Çünkü köşelere ait açıların toplamı 360° dir. Dörtgenlerin açıları toplamı 360° dir ve her bir köşe noktasında, dört köşe bir araya gelmektedir.

#### Yeterlik Gelişimini Etkileyen Faktörler

Atlas.ti v 6.0 ile yapılan analiz, yalnızca örneklem grubundaki öğrencilerin yeterlik düzeylerinin gelişimi değil aynı zamanda bu gelişimde etkili faktörleri görmemiz açısından da bilgi verici olmuştur: DGS (GeoGebra), grup arkadaşıyla etkileşim, öğretmenle etkileşim, ve/veya ödev. Tablo 3, öğrencilerin çoğunun Temsilleştirme ve Araç-Gereç Kullanma yeterliğinde yüksek, Modelleme ve Problem Çözme yeterliğinde ise orta/yüksek seviyelere ulaştığını göstermektedir. Bu yeterliklerin gelişiminde GeoGebra ana etken olarak tanımlanmıştır; çünkü sürecin başında grup yeterlikleri oldukça homojen bir dağılım göstermekteydi. Yazılımı kullanmadan önce öğrenciler genellikle açık-uçlu sorularda büyük zorluklar yaşamaktaydı ve son durumda GeoGebra'nın açık uçlu sorular üzerindeki etkisi kayda değerdir. Bu açıdan, araştırmacı-öğretmen tarafından yapılan gözlemler ile de

doğrulandığı üzere, öğrenciler GeoGebra'dan sonra, programa gerek duymaksızın gerçek dünya problemlerini çözebilmişlerdir. Araştırmacı-öğretmen tarafından saptanan bir noktaya göre garip olan şu ki verilen bir etkinlikte başarılı olabilmeleri için sahip oldukları matematiksel yeterliklerini kullanmalarının önemi konusunda öğrencilerin bilinçlenmesi yine bu süreç sonunda kazandıkları deneyim sayesinde olmuştur. Örneğin, öğrenciler hareketlerini problemi anlamalarına göre planlama ihtiyacı duymuş ve verilen cevaplar üzerine tartışma, yargıda bulunma ve bunları doğrulama eğiliminde olmuştur. Bu gereksinimde bulunma durumu süreç öncesinde neredeyse hiç rastlanmayan bir olgudur. Bu da demek oluyor ki, GeoGebra öğrencilerin problem çözme yaklaşımlarında büyük bir değişime yol açmıştır. Öte yandan, eğer yazılımın desteği olmasaydı, çoğu öğrenci önceki bilişsel yetersizlikleriyle sınırlı kalacaktı. Üzerinden varsayımlara ulaşılacak türden örnekleri doğru bir şekilde ve kısa bir zaman dilimi içinde kurma-oluşturma ve bunları test etme imkanı olmasaydı, öğrencilerin strateji oluşturma ve problem çözme kapasiteleri de beraberinde azalacaktı. Bunun göstergesi olarak öğrencilerin önceki düşük bilişsel seviyeleri olarak gösterilebilir.

Düşünme ve Akıl Yürütme, Argümantasyon-Gösterim ve İletişim yeterlikleri için değişim daha heterojen ve aşamalıdır. Aynı zamanda, öğrenciler ilerlemek için grup arkadaşlarından ve/veya öğretmenlerinden daha fazla yardıma ihtiyaç duymaktadırlar. Tablo 5, tüm bu faktörlerin örneklem grubundaki öğrencilerin Temsilleştirme ve Argümantasyon-Gösterim yeterliklerinin gelişimi üzerindeki etkilerini göstermektedir.

**Tablo 5.** Temsilleştirme ve İspatlama-Gösterim yeterliklerini Etkileyen Faktörler

Yeterlilikler	Seviye	Faktör			
		GG	AE	ÖE	G
T					
	1	100.0	.0	.0	.0
	2	79.1	13.2	7.7	.0
	3	65.7	17.1	10.0	7.2
AG					
	1	90.0	10.0	.0	.0
	2	51.3	27.8	20.9	.0
	3	19.5	21.2	47.0	12.3

**Not:** Değerler yüzdelik olarak verilmiştir.

T=Temsilleştirme, AG=İspatlama-Gösterim, GG=GeoGebra,

AE=Grup arkadaşıyla etkileşim, ÖE=Öğretmenle etkileşim, G,= Görev

Bu durumda, genel olarak DGS öğrenci yeterliklerinin gelişimi üzerinde etkili olan en önemli faktör olarak görülse de, bu etki bireysel öğrenci faktörünün yanı sıra çeşitli yeterlik türlerine de bağlıdır. Verilen görevin bilişsel gerekleri arttıkça, öğrencilerin daha fazla zorluk çektiği Düşünme ve Akıl Yürütme, Argümantasyon-Gösterim ve İletişim yeterliklerinin gelişimi için sosyal etkileşimin geçerliliği de artmıştır. Çoğu öğrenci için öğretmenle etkileşim ilerlemede bir gereksinim olarak görülmüştür. Çünkü öğretmen strateji geliştirmelerini, mantıklıca yargıda bulunup tartışmalarını ve iletişimde bulunmalarını sağlamak amacıyla kendilerine öneriler sunarak yardımcı olmuştur. Öğrenci gruplarının bazılarının gelişiminde bu işbirlikçi etkileşim süreci, öğretmenle yapılan etkileşimi ikinci plana atarak, ana belirleyici unsur olmuştur. Bu durum, iki öğrenci arasında birinin diğerinden daha az yetenekli olduğu halde, etrafındakilerle etkileşimde daha fazla alıcı olması, dolayısıyla da bu etkileşim sürecinden daha fazla yararlanmasının da bir kanıtıdır. Buna karşın, her öğrenci için grup arkadaşıyla etkileşim çoğu durumda yararlı görülmesi de süreç üzerinde kötü etki de yaratmamıştır (Yazılımın etkisi ile sosyal etkileşim arasındaki ilişkiye ait detaylı bir çalışma için García, Romero ve Gómez-Chacón, 2014 incelenebilir).

## Sonuç

Çalışmamızda, matematik eğitimindeki iki mevcut ihtiyacı belirledik: gerçek sınıf ortamında yeni teknolojilerin, özellikle DGS'nin, tanıtımı ve öğrencilerin matematiksel yeterliklerinin gelişimi üzerinde bunun etkisinin ölçümü. Bu çalışmanın sonuçlarını karşılaştırabilmek adına, kullanılan öğretim ve ölçme araçları öğretmen ve araştırmacılar için hazırlanmış ve mevcuttur (García, 2011). Özellikle, görevler için geliştirilen gözlem tabloları, öğrenciler tarafından gösterilen gözlenebilir davranışları, uzun zaman isteyen matematiksel yeterlik gelişimi sürecine bağlayıcı görev üstlenmiştir. Bu kaynak, düzenli sınıf ortamlarında kullanılmıştır ve kolayca diğer matematik konu ve ödevlerine de uyarlanabilir özellik taşımaktadır. Bu nedenle, öğrencilerinin yeterliklerini ölçme ihtiyacı duyan herhangi bir öğretmen için oldukça yararlı olacaktır.

Bu çalışma ile elde edilen sonuçlar, DGS'nin matematiksel yeterlik gelişimi üzerindeki etkilerini inceleyen diğer çalışmalar ile de tutarlılık göstermektedir. Bunlar arasında, geometrik özelliklerin mantıksal gerekçeleri (Hanna, 2000), yazılımın varsayımları doğrulama potansiyeline sahip olması (Christou, Mousoulides, Pittalis, ve Pitta-Pantazi, 2004) ve Underwood ve diğerleri (2005) ile Yerushalmy (2005)'nin problem çözme yeterliliğini geliştirmek için yazılımı kullanmanın sağladığı yararları içeren çalışmaları örnek olarak gösterilebilir.

Çalışmamız, aynı zamanda, diğer yeterlik türleri hakkında da bilgi vermiş ve her birine ait gelişim düzeyleri arasında karşılaştırma yapmamıza da olanak sağlamıştır. Daha çok görselleştirme süreçleriyle ilgili yeterliklerin gelişimi üzerinde, DGS oldukça güçlü bir kaynak görevi görmüştür. Bu hususta, neredeyse öğrencilerin tümünde, sürecin başından beri oldukça iyi sonuçlara ulaşılan Araç-Gereç Kullanma ve Temsilleme yeterlikleri örnek olarak verilebilir. Yazılım sahip olduğu özellikler sayesinde, matematik diline aktarma süreci ile yakından ilgili olan ve öğrencilerin çoğunun performans düzeyini arttırarak iyi bir derecedeye geldiği Modelleme Problem Çözme yeterliklerinin gelişimi üzerinde oldukça büyük bir katkı sağlamıştır. Önceki matematiksel yeterlikleri düşük olan öğrencilere özel ilgi gösterilmesi, DGS kullanımı ile birlikte değişen gelişim düzeylerinin daha belirgin olması ve yeni kazandıkları becerileri kullanmalarında DGS'ye daha fazla bağlı olmalarından ötürü gerekli görülmektedir. Bu gelişimi takip edebilmek için çeşitli yollar geliştirmek ve bu tür bir teknoloji kullanımının öncesinde belirlenen amaca ulaşma doğrultusunda ne derece gerekli olduğunu saptamak ilgi çekici olacaktır.

Öte yandan, Düşünme ve Akıl Yürütme, Argümantasyon-Gösterim ve İletişim gibi mantığa bürüne ve analitik çözüm süreçleri gerektiren yeterlik türleri üzerinde DGS'nin etkisi daha az olmuştur. Öğrencilerin gelişimi daha yavaş olmuş ve hepsi uygun seviyelere ulaşamamıştır. Fakat, genel anlamda bakıldığında, yazılım öğrencilere en azından önceden buldukları durumun bir adım ötesine gitmelerinde yardım etmiştir. Elbette ki bazı istisnai durumlar söz konusudur: bazı öğrenciler için yazılımla çalışmanın etkisi oldukça şaşırtıcıdır; çünkü bu öğrenciler yukarıda sözü edilen yeterlik türlerinde, neredeyse 0 seviyesinden veya çok düşük seviyelerden orta veya yüksek seviyelere çıkabilmişlerdir. Bize göre bu dikkat edilmesi gereken bir husustur. Çünkü bazı öğrenciler için matematiksel yeterlikler ilk aşamada kendini göstermeyebilir ve bu nedenle de gelişemeyebilir. Bu nedenle de öğretmenleri ya da kendileri tarafından durum zayıflık olarak algılanabilir. Yeni teknolojiler, özellikle de bu matematiksel yazılımla çalışmaları sayesinde, öğrenciler de kendi gizli matematiksel yeteneklerinin farkına varmışlardır.

Araştırma konusu olan yeterliklerin gelişimi üzerinde katkısı olan faktörlerle ilgili olarak, elde edilen veri analizi sonuçları sosyal etkileşimin de bu konuda rolü olduğunu göstermiştir. Bahsedilen 7 yeterlilik türü için, her biri için belli bir düzey olmak kaydıyla, gelişimi tetikleyen en önemli faktör DGS GeoGebra olmasına karşın, mantıksal anlamlandırma, yargıda bulunma ve matematiksel dil kullanımıyla ilgili matematiksel etkinliklere olan ihtiyacın artması ile birlikte, diğer faktörlerin önemi de açığa çıkmıştır: bunlar da sırasıyla (bu çalışmaya göre ortaya çıkan sınıf dinamikleri olmakla birlikte) öğretmen ve/veya diğer sınıf arkadaşlarıyla iletişimdir. Bu nedenle, DGS özünde öğrenme-öğretme sürecine yardımcı olsa da, bir matematik sınıfında asla bir öğretmenin ve sosyal etkileşimin yerini alamaz.DGS'nin uygun bir şekilde kullanımı ile öğretmenlerin öğrencilerde araç kullanma ve görselleştirme süreçlerini geliştirmek için neler yapması gerektiği üzerine daha çok araştırma yapılması gerekmektedir.Literatüre geçmiş (Coutat, 2006; Coutat ve Richard, 2011) tüm bu faydaların, öğretmenler tarafından nasıl genişletilebileceğini bilmemize ve üst düzey matematiksel düşünme becerisinin temelinde yatan analitik çözümleme süreçlerinin öğrencilerde gelişimini sağlamak için de bunlardan yararlanmaya ihtiyaç vardır.

### **Teřekkürler**

This work has been carried out under the framework of the project Learning processes of the mathematics teacher trainee, EDU2012-33030 of the Ministry of Economy and Competitivity of Spain.

## Kaynakça

- Arranz, J. M., Losada, R., Mora, J. A. ve Sada, M. (2009). Realities from GeoGebra. *MSOR Connections*, 2(9), 17-23.
- Arzarello, F., Micheletti, C., Olivero, F. ve Robutti, O. (1998). Dragging in Cabri and modalities of transition from conjectures to proofs in geometry. In A. Olivier & K. Newstead (eds.), *Proceedings of twenty second conference of the international group for the psychology of mathematics education*, vol. 2 (pp.32-39). Stellenbosch, South Africa: University of Stellenbosch.
- Aydın, A., Sarier, Y. ve Uysal, S. (2012). The comparative assessment of the results of PISA mathematical literacy in terms of socio-economic and socio-cultural variables. *Education and Science*, 37(164), 20-30.
- Aydoğan, A. (2007). *The effect of dynamic geometry use together with open-ended explorations in sixth grade students' performances in polygons and similarity and congruency of polygons*. Unpublished doctoral dissertation, Middle East Technical University.
- Baki, A., Güven, B., Karatas, I., Akkan, Y. ve Çakıroğlu, U. (2011). Trends in Turkish mathematics education research: from 1998 to 2007. *Hacettepe Üniversitesi Journal of Education*, 40, 57-68.
- Battista, M. T. (2001). A research-based perspective on teaching school geometry. In J. Brophy (Ed.), *Subject-specific instructional methods and activities* (pp. 145-186). Amsterdam: Elsevier Science.
- Bayazit, I. ve Aksoy, Y. (2010). Connecting Representations and Mathematical Ideas with GeoGebra. *Geogebra International Journal of Romania*, 1(1), pp.93-106. Retrieved from <http://ggijro.files.wordpress.com/2011/07/article-8.pdf>
- Boykin, R. A. ve Nelson, R. O. (1981). The effect of instructions and calculation procedures on observers' accuracy, agreement, and calculation correctness. *Journal of Applied Behavior Analysis*, 14(4), 479-489.
- Christou, C., Mousoulides, N., Pittalis, M. ve Pitta-Pantazi, D. (2004). Proofs through exploration in dynamic geometry environments. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 2(3), 339-352.
- Confrey, J. ve Lachance, A. (2000). Transformative teaching experiments through conjecture-driven research design. In A. E. Kelly ve R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp.231-307). London: Lawrence Erlbaum Associates.
- Confrey, R. (2006). The evolution of design studies as methodology. In R. K. Sawyer (Ed.), *The Cambridge handbook of the learning sciences* (pp. 135-152). Cambridge: Cambridge University Press.
- Cornu, B. ve Radson, A. (Eds.) (1992). *The influence of computers and informatics on mathematics and its teaching. Science and technology education. Document series 44*. Paris: UNESCO. Retrieved from ERIC Educational Resources Information Center/ED359073
- Coutat, S. (2006). *Intégration de la géométrie dynamique dans l'enseignement de la pour favoriser une liaison école-collège*. Thèse de l'université J. Fourier, Grenoble.
- Coutat, S. ve Richard, P. (2011) Les figures dynamiques dans un espace de travail mathématique pour l'apprentissage des propriétés géométriques. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 16, 97-126.
- Duval, R. (1999). *Explicar, argumentar, demostrar: ¿Continuidad o ruptura cognitiva?* México DF: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Duval, R. (2002). The cognitive analysis of problems of comprehension in the learning of mathematics. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 1(2), 1-16.
- García, M. M. (2011). *Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir GeoGebra en el aula*. Unpublished doctoral dissertation, University of Almería. Retrieved from <http://funes.uniandes.edu.co/1768/2/Garcia2011Evolucion.pdf>

- García, M. M., Romero, I. ve Gómez-Chacón, I. (2014). Argumentation processes in secondary students: cognitive and affective influences. Paper accepted for *Forth ETM Symposium: Mathematical Work Space* [July, 2014], San Lorenzo del Escorial, Madrid: Spain.
- Gutiérrez, A. (2005). Aspectos de investigación sobre aprendizaje mediante exploración con tecnología. In A. Maz, B. Gómez ve M. Torralbo (Eds.), *Proceedings of IX simposio de la sociedad española de investigación en educación matemática* (pp. 27-44). Córdoba: Servicio de publicaciones de la Universidad de Córdoba y la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. Retrieved from <http://www.seiem.es/publicaciones/archivospublicaciones/actas/Actas09SEIEM/IXsimp.pdf>
- Güven, B. ve Kösa, T. (2008). The effect of dynamic geometry software on student mathematics teachers' spatial visualization skills. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 7(4), 100-107.
- Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: An overview. *Educational Studies in Mathematics*, 44(1-2), 5-23.
- Hoyles, C. ve Lagrange, J. B. (Eds.) (2010). *Mathematics education and technology-rethinking the terrain. The 17th ICMI study*. New York: Springer.
- Kurtuluş, A. (2011). Effect of computer-aided perspective drawing on spatial orientation and perspective drawing achievement. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 10(4), 138-147.
- Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K. ve Strässer, R. (2006). Teaching and learning geometry with technology. En A. Gutiérrez ve P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of Mathematics Education: past, present and future* (pp. 275-304). Rotterdam: Sense Publishers.
- Lupiáñez, J. L. ve Moreno, L. (2001). Tecnología y representaciones semióticas en el aprendizaje de las matemáticas. En P. Gómez y L. Rico (Eds.), *Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro* (pp. 291-300). Granada: Editorial Universidad de Granada.
- Mariotti, M. A. (2006). Proofs and proving in mathematics education. En A. Gutiérrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: past, present and future* (pp. 173-204). Rotterdam: Sense Publishers.
- Molina, M., Castro, E., Molina, J. L. ve Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*, 29(1), 75-88.
- Mora, J. A. (2009). La geometría de los movimientos... en movimiento. *UNO*, 51, 123-125.
- Mudford, O. C., Taylor, S. A. ve Martin, N. T. (2009). Continuous recording and interobserver agreement algorithms reported in the Journal of Applied Behaviour Analysis (1995-2005). *Journal of Applied Behaviour Analysis*, 42(1), 165-169.
- Olivero, F. ve Robutti, O. (2001). Measure in cabri as bridge between perception and theory. In M. Van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceedings of the twenty fifth conference of the international group for the psychology of mathematics education*, vol. 4, (pp. 9-16). Utrecht: PME
- Olkun, S., Sinoplu, N. B. ve Deryakulu, D. (2005, 13 April). Geometric explorations with dynamic geometry applications based on Van Hiele levels. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*. Retrieved from <http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/olkun.pdf>
- Organization for Economic Co-operation and Development [OECD]. (2003). *The PISA 2003 Assessment Framework: Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills*. Paris: OECD
- OECD, (2006). *Assessing Scientific, Reading and Mathematical Literacy: A Framework for PISA 2006*. Paris: OECD
- OECD, (2009). *PISA 2009. Assessment framework. Key competencies in reading, mathematics and science*. Paris: OECD
- Pierce, R. ve Stacey, K. (2011). Using dynamic geometry to bring the real world into the classroom. En L. Bu y R. Schoen (Eds.), *Model-centered learning: Pathways to mathematical understanding using GeoGebra* (pp. 41-57). Rotterdam: Sense Publishers

- Schumann, H. (2004). Reconstructive modelling inside dynamic geometry systems. *Edumath*, 19(12), 3-21.
- Sinclair, N. ve Yurita, V. (2008). To be or to become: How dynamic geometry changes discourse. *Research in Mathematics Education*, 10(2), 135-150.
- Underwood, J., Hoadley, C., Lee, H. S., Hollebrands, K. F., DiGiano, C. ve Renninger, K. A. (2005). IDEA: Identifying design principles in educational applets. *Educational Technology Research and Development*, 53(2), 99-112.
- Yerushalmy, M. (2005). Functions of interactive visual representations in interactive mathematical textbooks. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 10(3), 217-249.