

Sınıf Öğretmeni Adaylarının Bölme İşlemi ile İlgili Matematiksel Bilgileri ve Öğretimsel Açıklamaları

Pre-service Classroom Teachers' Mathematical Knowledge and Instructional Explanations Associated with Division

Müjgan BAKI*

Karadeniz Teknik Üniversitesi

Öz

Bu çalışma, sınıf öğretmenliği lisans programında yer alan SINO 309 Matematik Öğretimi-I dersinin öğretim elemanı olan araştırmacının dönem sonu sınavında sorduğu sorulardan biri olan "Basamak tablosunu kullanarak 4057:15 bölme işlemini öğrencilerinize açıklıyormuş gibi yapınız" sorusuna öğretmen adaylarının verdikleri cevapların alan bilgisi ve alanı öğretme bilgisi yönünden değerlendirmesiyle ortaya çıkan nitel bir çalışmadır. Toplam 228 öğretmen adayının, 153'ü (%67) bölme işlemini işlemsel olarak doğru yaparken 75'i (% 33) bölme işlemini yanlış yapmıştır. Ancak, öğretmen adaylarının bu soruya verdikleri cevaplar sadece işlemsel olarak doğru veya yanlış şeklinde değerlendirilmemiştir. Özellikle içerik analizi yapılırken öğretmen adaylarının cevapları basamak kavramını kullanarak yaptıkları öğretimsel açıklamalara odaklanılarak değerlendirilmiştir. Bölme işlemini doğru yapan öğretmen adaylarının 87'si basamak kavramına göre bölme işleminin algoritmasının matematiksel anlamını anlamış ve uygun öğretimsel açıklamalar yapabilmişken, 66'sı bölme işleminin basamak kavramına bağlı algoritmasının matematiksel anlamını anlamadıkları gibi öğretimsel açıklamaları da yetersiz kalmıştır.

Anahtar Sözcükler: Alanı öğretme bilgisi, öğretimsel açıklama, bölme işlemi.

Abstract

Within the framework of qualitative research, this study is an evaluation of pre-service primary school teachers' knowledge associated with the algorithm of division based on their responses to the questions of dividing 4057 by 15 according to place value. The study group of the research included 228 pre-service primary school teachers at Karadeniz Technical University Faculty of Education taking SINO 309 Mathematics Teaching course. Of 228 total students, 153 students (67%) divided correctly, 75 students (33%) did not divide correctly and 141 students (61%) make inadequate explanations. The findings of the study indicated that pre-service primary teachers' knowledge of algorithm of division associated with place value is inadequate for appropriate instructional explanations. All of the participants attempted to provide an explanation for the given division task. However, rather than considering the conceptual aspect of the procedure of division, most of the explanations of prospective primary teachers were in the form of restatement of procedures based on rules.

Keywords: Pedagogical content knowledge, instructional explanation, division

Summary

Purpose

Mathematics teacher's pedagogical content knowledge associated with teachers' cognitive

* Öğr.Gör. Müjgan BAKI, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fatih Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, mujgan@ktu.edu.tr

understanding of mathematical content and the relationships between such understanding and the instruction teachers provide for students. The sign of adequate pedagogical content knowledge is that teacher be able to use the most useful forms of mathematical representations, the most powerful analogies, examples and explanations making the subject matter comprehensible for students. In the related literature, findings illustrate that there is a direct relationship between teacher's mathematical knowledge and instructional explanations (Ball, 1990; Ma, 1999; Shulman, 1986, 1987; Newsome, 1999; Magnusson, Borko & Krajik, 1999). The aim of this study is to identify if there is any link between prospective primary teachers' knowledge of division and their instructional explanations about how/why division algorithm works, the author as a teacher of SINO 309 Mathematics Teaching Course asked her students to divide 4057 by 15 and to explain the algorithm according to place value.

Method

Two hundred and twenty eight pre-service primary teachers participated in this qualitative study. All of the participants taking SINO 309 Mathematics Teaching Course were in the third year of their program at the same university. As a data collection tool the above question was used. Participants were supposed to divide 4057 by 15 and write in detail how they explain given mathematical situation to someone learning it for the first time. Instead of focusing their correct or incorrect divisions, their instructional explanations were coded using Kinach's theoretical framework for understanding pedagogical content knowledge (Kinach, 2002). This framework is based on the distinction of procedural and conceptual knowledge.

Results

Of 228 total pre-service teachers, 153 (67%) divided 4057 by 15 correctly, 75 pre-service teachers (33%) did not divide it correctly and 141 pre-service teachers (61%) make inadequate explanations. Pre-service primary teachers' explanations of division with natural numbers interpreted as procedural in nature, lacking regard for mathematical meaning and based on memorization rather than understanding.

Discussion

The findings of the study highlighted that pre-service primary teachers' knowledge of algorithm of division associated with place value is inadequate for appropriate instructional explanations. All of the participants attempted to provide an explanation for the given division task. However, rather than considering conceptual aspect of the procedure of division, most of the explanations of pre-service primary teachers were in the form of restatement of procedures based on rules. This illustrated that the knowledge of division of the most of the pre-service teachers who participated in this study was procedural and their instructional explanations were not adequate to explain the underlying principles and meanings of division algorithm based on place value. Therefore, prospective primary teachers' content knowledge shapes their instructional explanations.

Conclusion

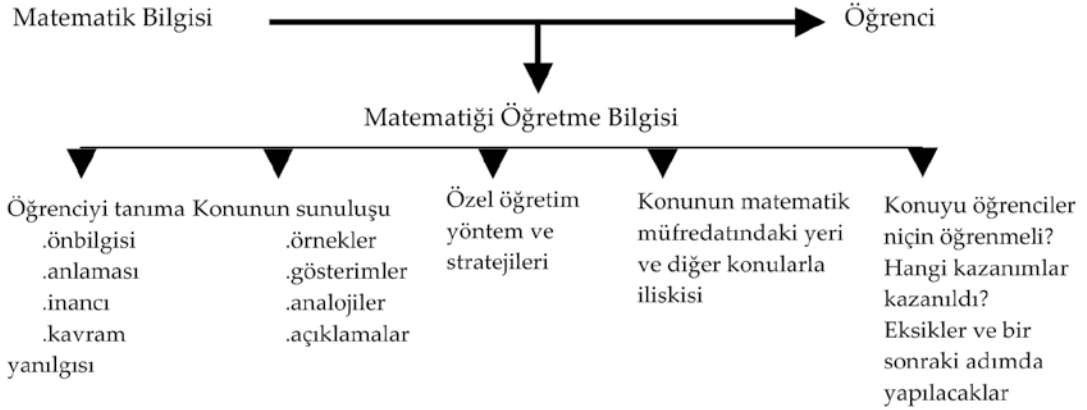
This specific study has important implications for teacher educators and researchers to identify and develop pedagogical content knowledge of in-service and pre-service teachers. Beyond providing these specific mathematical insights in pre-service primary teachers' pedagogical content knowledge for the example of division of integers, the findings of the present study refine our understanding of mathematical knowledge in teaching.

Giriş

Öğrenme ve öğretme süreçlerinin niteliğinin doğrudan doğruya öğretmenin mesleki

bilgisine bağlı olduğunun fark edilmesiyle birlikte öğretmenin sahip olması gereken bilgisinin araştırılması son yıllarda yoğunluk kazanmıştır (Shulman, 1986, 1987; Grossman, 1990; Marks, 1990; An, Kulm ve Wu, 2004; Ball, Thames ve Phelps, 2008; Yeşildere ve Akkoç, 2010; Toluk-Uçar, 2011; Baş, Erbaş ve Çetinkaya, 2011). Tüm bu çalışmaların teorik temelini Shulman (1986)'ın öğretmenin bilgisini *alan bilgisi*, *alanı öğretme bilgisi*, *müfredat bilgisi* olarak üçe ayırdığı çalışması oluşturmaktadır. Shulman'ın ayırımına göre öğretmenin sahip olması gereken "alanı öğretme bilgisi" öğretilecek konunun nasıl öğreteceği bilgisidir. Bu bilgi konu alanı bilgisinden daha öteye giden ve pedagojik bilgiyle derinleşen bir bilgidir (Ball, 1990; Ma, 1999; Shulman, 1986, 1987; Newsome, 1999; Magnusson, Borko ve Krajik, 1999). Alan bilgisinin ötesine gidilmesi ve derinleşmesinden kastedilen, öğretimi yapılan konunun öğrenci tarafından nasıl kazanıldığının bilinmesi yanında öğrenme ve öğretme sürecinin planlanmasının, düzenlenmesinin, tasarlanmasının ve yönetilmesinin öğretmen tarafından yeterli düzeyde bilinmesidir.

Alanı öğretme bilgisinin temelinde konuyu öğretebilmek için bilgiyi öğrencinin kolay anlayabileceği şekle dönüştürme yer alır. Bu ise ancak öğretmenler konuyu yorumladıklarında, konuyu sunmak için farklı yollar kullandıklarında ve konuyu öğrencilerin anlayabileceği hale getirdiklerinde gerçekleşmektedir (Newsome, 1999). Bunun için öğretmenin en kullanışlı sunuş şekillerini, en güçlü analogileri, gösterimleri, örnekleri ve açıklamaları bilmesi gerekmektedir (Shulman, 1986, 1987). Matematik bilgisinin öğrenciye ulaşması sürecinin başarıyla tamamlanması için öğretmenin sahip olması gereken matematiği öğretme bilgisinin alt bileşenleri Baki ve Baki (2010: 229) tarafından şematik olarak aşağıdaki gibi açıklanmaktadır:



Şekil 1. Matematiği Öğretme Bilgisi

Yukarıdaki şematik açıklamadan da görüldüğü gibi alanı öğretme bilgisi kategorisinin içinde en önemli bileşenlerden birisi konunun sunuluşudur. Alanı öğretme bilgisinin göstergesi, öğretmenin en etkili sunuş şekillerini, açıklamaları, analogileri, gösterimleri ve örnekleri kullanabilmesidir. Sunuşların, açıklamaların, örneklerin, gösterimlerin, sembollerin öğrencinin bilişsel gelişmesine uygun olması gerekir. Bu nedenle öğretmen belli konunun öğretilmesinde neyin öğrenmeyi kolaylaştıracağını, neyin zorlaştıracağını bilmelidir. Diğer bir deyişle, matematiği öğretme bilgisi, matematiksel kural ve kavramlar için iyi bir öğretimsel açıklama yapabilmeyi içermektedir. Bu nedenle, *öğretimsel açıklamalar* ilgili literatürde matematiği öğretme bilgisinin merkezinde gösterilmektedir (Leinhartd, 1991; Cai, 2005; Charalambos, Hill ve Ball, 2011). Öğrencinin anlamasını kolaylaştırmak için kullanılan etkili öğretimsel açıklamalar iyi bir matematiksel bilginin yanı sıra doğru ve kapsamlı matematiksel açıklamaların düzenlenmesini, uygun gösterimlerin kullanılmasını ve işlemlerin altında yatan anlamların açıklanmasını içermektedir.

Bir matematik öğretmenin sahip olduğu alan bilgisi, ona işlemlerin temelinde yatan kavramları anlama, matematikteki farklı kavramların kendi içindeki çeşitli ilişkilerini fark etme,

matematikte kavramlar ile işlemler arasında veya matematiksel kavramlarla kavramların gerçek hayattaki uygulamaları arasında birtakım ilişkiler kurma imkânı verir (Fennema ve Franke, 1992). Öğretmenin sahip olduğu alan bilgisinin seviyesi, onun alanı öğretme bilgisini şekillendirmektedir. Alanı öğretme bilgisinin alan bilgisi ile doğrudan ilişkili olduğunu vurgulayan araştırmacılar, öğretmenlerin kavramsal açıdan doğru temsiller ve açıklamalar oluşturabilmeleri için temsil ettikleri kavramların ya da işlemlerin matematiksel anlamlarına hâkim olmaları gerektiğine işaret etmektedirler (McDiarmid, Ball ve Anderson, 1989; Borko ve Putnam, 1996; Ma, 1999). Dolayısıyla, öğretmenlerin bilgisi bağlantısız konu ve işlemleri kapsıyorsa, onların öğretimsel açıklamaları da bağlantısız konular ve işlemler üzerine odaklanacaktır. Diğer taraftan eğer öğretmenlerin bilgisi düşünmenin uygun yollarını ve matematiksel fikirlerin kavramsal bir ağını kapsar ise öğretimsel açıklamaları da aynı kavramsal yapıda olacaktır (Thompson, Carson ve Silverman, 2007).

Alanı öğretme bilgisi üzerine yapılmış çalışmalarda öğretmenler ve öğretmen adaylarının kullandıkları öğretimsel açıklamaların çoğunlukla ezbere dayalı, kural ve işlem odaklı olduğu, tutarsız ve matematiksel olarak doğru olmadığı ortaya konmaktadır (Kinach, 2002a, 2002b; Kılcan, 2006; Thanheiser, 2009; Toluk-Uçar, 2011). Charalambous ve arkadaşları (2011) öğretmen adaylarının öğretimsel açıklamaları nasıl öğrendiklerini ve nasıl geliştirdiklerini belirlemek amacıyla yürüttükleri çalışmalarında; *alan bilgisini geliştirme, kendi uygulamaları üzerinde yansıtıcı düşünme, uygulamaları sırasında yaratıcı farklı temsiller kullanma ve kendilerine güvenerek özgürce açıklama yapma* gibi bileşenlerin öğretmen adaylarının öğretimsel açıklama yapmayı öğrenmelerine doğrudan katkı sağladığını ortaya koymuşlardır.

Kinach (2002a) çalışmasında, matematiği öğretme bilgisi bağlamında bilginin dönüşüm sürecine odaklanmış ve bu süreçte öğretmen adaylarının sahip oldukları alan bilgisinin öğretimsel açıklamalarına nasıl yansıdığını incelemiştir. Kinach'ın matematik öğretmeni adaylarının tam sayılarda toplama ve çıkarma işlemleri konusundaki bilgilerini incelediği bu çalışması aynı zamanda öğretmen adaylarının matematiksel bilgisini ve öğretimsel açıklamalarını değerlendirmek için kuramsal bir çatı niteliğindedir. Kinach'ın kuramsal çatısında alan bilgisi işlemsel ve kavramsal olarak sınıflandırılmaktadır. Kinach işlemsel bilgiyi ne ve nasıldan arkasında yatan nedenleri anlamadan algoritmaları ve kuralları matematiksel işlemlerin yürütülmesinde kullanma olarak tanımlarken kavramsal bilgiyi üç alt seviyeye ayırmaktadır:

1. Kavram Düzeyi: Ne ve nasıldan arkasında yatan nedenleri anlayarak matematikte yapılan tanımları, çözümleri ve genellemeleri anlama ve bunlarla ilgili incelemeler yapabileme.
2. Problem Çözme Düzeyi: Matematiksel bir konu, kavram, özellik veya problemle ilgili özgün ve bilimsel yorum yapma, gösterimler kullanma, çözümler üretme ve stratejiler geliştirme.
3. Epistemik Düzey: Matematiksel durumların veya önermelerin doğruluklarıyla ilgili kanıtlamalarda gerek ve yeter şartı kullanabilme, soyutlama ve formal çıkarımlar yapabileme.

Kinach alan bilgisinin göstergelerini bu sınıflamaya göre belirleyerek öğretimsel açıklamaları alan bilgisine bağlı olarak değerlendirmektedir. Kinach'ın kuramsal çatısını kullanarak Toluk-Uçar (2011) sınıf ve matematik öğretmeni adaylarıyla kesirler konusunda bir çalışma yürütmüştür. Toluk-Uçar çalışmasında, Kinach (2002a)'ın kuramsal çatısını kullanarak sınıf ve matematik öğretmeni adaylarının bir konuyu ilk kez bir ilköğretim öğrencisine nasıl açıklayabileceklerini yazılı olarak incelemiştir. Araştırmanın bulguları, öğretmen adaylarının öğretimsel açıklamalarının genelde işlemsel düzeyde olduğunu göstermiştir. Öğretmen adaylarının yapmış olduğu açıklamaların büyük bir çoğunluğu kuralların tekrarı şeklinde olmuştur. Öğretimsel açıklamalarda kuralların nasıl uygulanacağını anlatılmasının yanı sıra hiçbir matematiksel dayanağı olmayan ifadelere de sıklıkla yer verilmiştir. Az sayıda öğretmen adayı kavramsal düzeyde açıklama yapabilirken hemen hemen hiçbir öğretmen adayı işlemlerin kurallarının altında yatan anlamları ve nedenleri açıklamalarında kullanmamıştır (Toluk-Uçar, 2011).

Öğretimsel açıklamalara yönelik yapılan araştırmalarda daha çok kesirlerle işlemler (Ball, 1990; Toluk-Uçar, 2011; Charalambos ve ark., 2011), tam sayılarda toplama ve çıkarma

(Kinach,2002a,2002b), doğal sayılarda toplama ve çıkarma (Thanhieser, 2009) gibi konularda öğretmen veya öğretmen adaylarıyla çalışılmıştır. Farklı olarak bu çalışmada doğal sayılarla bölme işlemi konusunda öğretmen adaylarının öğretimsel açıklamaları değerlendirilmektedir. Türkiye’de 2005 yılından itibaren yeni matematik öğretim programı uygulanmaya başlanmıştır. Yeni (1–5) matematik öğretim programı (MEB, 2005) matematikle ilgili kavramların kendi aralarındaki ilişkileri önemserken öğrencilerin aritmetik işlemlerin altında yatan matematiksel anlamları fark etmelerini de vurgulamaktadır. Aritmetik işlemlerin altında yatan anlamı anlamayı kolaylaştıran çalışmalardan birisi, basamak tablosu kullanılarak işlemleri açıklamaktır. Yeni öğretim programı da bu tarz çalışmaları öğretmenlerimizden beklemektedir. Sınıf öğretmeni adaylarının matematik öğretim programında yer alan konularla ilgili kavramsal bilgi düzeylerinin ne durumda olduğu ve nerelerde güçlükler yaşandığının ortaya konulması, eğitim fakültelerinde öğretmen adaylarının alanı öğretme bilgilerini geliştirme çalışmalarına ışık tutacaktır. Elbette sınıf öğretmeni adaylarının bir soruya verdikleri cevaplarından yola çıkılarak onların konuyla ilgili alan bilgileri ve öğretimsel açıklamaları hakkında genelleme yapmak bu çalışmanın amacı değildir. Bu çalışmanın amacı, sınıf öğretmeni adaylarının doğal sayılarda bölme işlemine yönelik matematiksel bilgilerini ve bölme işlemi öğretmek için kullandıkları öğretimsel açıklamalarını nitel olarak değerlendirerek örneklemle ilgili ayrıntılı bir kesiti ortaya koymak ve alanı öğretme bilgisinin geliştirilmesine yönelik önerilerde bulunmaktır.

Yöntem

Çalışmaya Fatih Eğitim Fakültesi sınıf öğretmenliği programında okuyan 228 öğretmen adayı katılmıştır. Araştırmacı aynı zamanda sınıf öğretmeni adaylarının SINO 309 Matematik Öğretimi-I dersini yürütmektedir. Bu ders kapsamında sınıf öğretmeni adaylarına öğrenme ve öğretme kuram ve yaklaşımlarının yanında matematik öğretim programının öğrenme alanları, alt öğrenme alanları ve kazanımları tanıtıldıktan sonra öğretim programının önermekte olduğu yaklaşım ve yöntemlerle konuların nasıl öğretilmesi gerektiği etkinlik ve uygulamalarla açıklanmaktadır. Arkasından öğretmen adaylarından aynı yaklaşım ve yöntemleri kullanarak seçilen kazanımlarla ilgili örnek öğrenme-öğretme ortamları tasarımları ve uygulamaları istenmektedir. Örneğin bu derste öğretim programının önerileri paralelinde doğal sayılarda dört işlemin kavramsal olarak nasıl öğretileceği gösterilmektedir. Bu kapsamda 3 ders saatinde de doğal sayılarla bölme işleminin basamaklara göre nasıl yapıldığı ve işlem yapılırken kullanılan kuralların arkasındaki matematiksel anlamlar basamak kavramı ile ilişkilendirilerek örneklerle anlatılmaktadır. 2010–2011 öğretim yılının güz döneminde SINO 309 Matematik Öğretimi-I dersinin dönem sonu sınav sorularından birisinde öğretmen adaylarından “*Basamak tablosunu kullanarak 4057:15 bölme işlemini öğrencilerine açıklıyormuş gibi yapmaları*” istenmiştir.

Öğretmen adaylarından beklenen ilerde öğretmen olduklarında ilköğretim 5. sınıftaki kendi öğrencilerine bu işlemi anlatırken öğrencilerinin mevcut bilgilerini dikkate alarak basamak değerlerine göre işlemi adım adım açıklayabilmektir. Sınıf öğretmeni adaylarından beklenen bölme işleminin bir çokluğu belli sayıda gruba eşit paylaşırma veya grublama anlamından yola çıkarak aşağıdaki gibi uygun öğretimsel açıklamalar yapmalarıdır:

- *Önce 4 binlik 15’li gruplara ayrıldığında kaç binlik oluşur?*
- *Sıfır binlik. Bölümdeki binler basamağına sıfır yazılır.*
- *Yüzler basamağına geçelim. Şimdi 40 yüzlüğümüz var. 40 yüzlük 15’li gruplara ayrıldığında kaç yüzlük grup oluşur?*
- *2 yüzlük grup oluşur. Bölümdeki yüzler basamağına 2 yazılır. Bölünen sayının yüzler basamağına geriye 10 yüzlük kalır. Bölünenin onlar basamağındaki 5 onlukla birlikte 105 onluğumuz olur.*
- *105 onluk 15’li gruplara ayrıldığında kaç onluk oluşur?*
- *7 onluk grup oluşur. Bölümdeki onlar basamağına 7 yazılır.*

-- Birler basamağında 7 birliğimiz var. 7 birlik 15'li gruplara ayrılmadığından bölümdeki birler basamağına 0 yazılır. Böylece bölümü 270 ve kalanı da 7 olarak buluruz.

Beklenenin aksine öğretmen adaylarının bu soruya verdikleri cevapların hem işlemin doğru yapılması açısından hem de uygun öğretimsel açıklamaların yapılması açısından yetersiz oluşu araştırmacının dikkatini çekmiş ve onu öğrencilerin öğretimsel açıklamalarını daha yakından incelemeye yöneltmiştir. Bu amaçla, matematiği öğretme bilgisi bağlamında öğretmen adayının konu ile ilgili sahip olduğu alan bilgisinin bu konuyu başkasına öğretirken yaptığı açıklamalarla, verdiği örneklerle ve kullandığı gösterimlerle nasıl bir öğretimsel açıklamaya dönüştüğü sorusu üzerine odaklanılmıştır. Bu süreçte içerik analizi yapılarak sınava katılan ve bölme sorusunu cevaplayan öğretmen adaylarının öğretimsel açıklamaları yorumlanarak sahip oldukları alan bilgisinin öğretimsel açıklamalarına nasıl yansıdığı incelenmiştir. Önce öğretmen adaylarının sınavda sorulan bölme işlemi ile ilgili cevaplarının işlemsel olarak doğru olup olmadığı belirlenmiştir. Daha sonra yaptıkları bölme işlemini beklenen şekilde bölme işleminin algoritmasının matematiksel anlamını anlamaları ve uygun öğretimsel açıklamalar yapıp yapamadıkları bakımından yorumlanmıştır. Yorumlar öğretmen adaylarının soruya verdikleri cevaplardan yapılan doğrudan alıntılarla desteklenmiştir. Böylece, yorumlamalardan hareketle öğretmen adaylarının alanı öğretme bilgileriyle ilgili bir genelleme yapmaktan ziyade nitel bir çalışmanın doğası gereği içerik analizinin sonucunda alanı öğretme bilgisinin bir alt boyutu olan öğretimsel açıklamalarla ilgili örneklemden çok özel bir durum için kesit alınarak öğretmen adaylarının bölme işlemine yönelik öğretimsel açıklamalarının ayrıntılı bir resmi sunulmuştur.

Bulgular

Bu bölümde, öğretmen adaylarının 4057:15 bölme işlemine yönelik cevapları incelenirken öncelikle bölme işleminin sonucunun doğru ve yanlış yapılmasına yönelik bulgular ortaya konulmaktadır. Bu bulgular ortaya konulurken öğretmen adaylarının bölme işleminde yaptıkları ortak hatalar göz önüne alınarak açıklanmaktadır. Arkasından öğretmen adaylarının bölme işlemine yönelik sahip oldukları işlemsel ve kavramsal bilgilerine bağlı olarak yaptıkları öğretimsel açıklamaları değerlendirilecektir.

Tablo 1.

Bölme İşlemine Verilen Cevapların Dağılımı

	Uygun Öğretimsel Açıklama	Yetersiz Öğretimsel Açıklama	Toplam
Doğru Bölme Yapanlar	87	66	153
Yanlış Bölme Yapanlar	27 Bulanlar	--	39
	207 Bulanlar	--	24
	Farklı Bulanlar	--	12
Toplam	87	141	228

Tablo 1'de görüldüğü gibi toplam 228 öğretmen adayının sınav kâğıtları incelendiğinde bölme işleminin algoritmasını kullanarak 4057:15 işleminin sonucunu öğretmen adaylarının 153'ü (%67) doğru bulurken 75'i (%33) ise sonucu yanlış bulmuştur. Bunun yanı sıra bölme işleminin altında yatan anlamı ortaya koyan beklenen uygun öğretimsel açıklamasını yapan 87(% 38) öğretmen adayı bulunurken 141(% 62) öğretmen adayının bölme işlemine yönelik yaptığı öğretimsel açıklamalar işlemsel bilgi düzeyinde kaldığı görülmektedir. Bu durum 141 öğretmen adayının bölme işleminin altında yatan anlama sahip olmadıklarını ortaya koymaktadır. Bu

aşamadan sonra bölme işleminin yapıma durumu ve öğretimsel açıklamalar olmak üzere iki tema altında bulgular öğretmen adaylarının sınav kâğıtlarından alıntılarla devam edecektir.

Bölme İşleminin Yapılma Durumu

Tablo 1'de verildiği gibi çalışmaya katılan toplam 228 öğretmen adayından 153'ü bölme işleminin sonucunu 270 olarak doğru bulmasına karşın bunların 66'sı yetersiz öğretimsel açıklama yapmıştır. Çalışmaya katılanların 75'i ise bölme işleminin sonucunu yanlış bulmuştur. Bu öğretmen adaylarının yanlışları gruplandırıldığında iki ortak nokta ortaya çıkmaktadır. Bölme işlemini yanlış yapan öğretmen adayları genelde sonucu 27 veya 207 olarak bulmuşlardır. İşlemi yanlış yapan öğretmen adaylarının 24'ü sonucu 207 bulurken 39'u ise işlemin sonucunu 27 olarak bulmuştur. Bunun yanında 12 öğretmen adayı da farklı hatalar yaparak daha farklı sonuçlar bulmuşlardır.

Bölme işleminin sonucunu 207 bulan öğretmen adaylarının hatası arama yapılan basamaklarda kalan üzerinden bir daha arama yapmalarıdır. Bölme işleminin algoritmasını yürütürken 40 sayısının içinde 15'i aradıktan sonra kalan 10 sayısının içerisinde bir daha arama yapıp bölüme gereksiz bir sıfır koymuşlardır. Aşağıdaki öğrenci cevabı bu durumu açıkça göstermektedir:

Yanlış işlem yapan öğretmen adaylarının 39'u ise bölmenin sonucunu 27 olarak bulmuştur.

→ Bölme işlemine önce birler basamağında kestiyor. Hadi birler basamağında ki sayıya bakalım. Birler basamağında ki sayıya 6-6'ya 15'e bölünmüyor mu? İki katını yazıyor basamağına yazılıyor ya da bir katını yazıyor. Birler basamağına yazıyor basamağı birleince ne oldu? 40. 40'da 15 var mı? Evet kaç tane var peki? 2 tane. 0 tane 2 ile 15' e çarpıyor. ne olur sayıya? 20 olur. 20 den 30'u çıkarıyor. geriye 10 kalır. 10'u 15'e bölünmüyor mu? Bu seferde onlar basamağına geçiyor. Ancak bu sefer 200'ü yazıyor. Çünkü onlar basamağında bir 0 atıyor. Birde onlar basamağında 5'i okuyor. 5'ten sayıya 105 olur. 105'in içinde kaç tane 15 var? 7 tane. 7'ye 15 çarpıyor. 105 olur. Birbirinde çıkarıldığında 0 kalır. İşte o kadar birler basamağında ki 7 sayıya kalıyor. Ancak kalanımız eğer kalan sayımızın altına ise altına devam ederiz. 7 sayıya 15'e kalır. Çünkü kalanımız 207. kalan sayımız 100 + 7'dir.

Şekil 2. Bölme İşleminin Sonucunun 207 Olarak Bulunması

* 405'in içinde 15 olmadığı için yan tarafta birleştiriyoruz. Sayıya ne oldu 40. Evet 10'in içinde 15 var mı? Kaç tane var. $2 \times 15 = 30$, $40 - 30 = 10$ kaldı değil mi? 10'un içinde 15 olmadığı için 5'i aşağı yazdık. 105'in içinde 15, 7 tane var. $15 \times 7 = 105$, $105 - 105 = 0$. Kalan = 7'dir. Çünkü 7'nin içinde 15 yok ve yazdık gelecek yanında sayı da yok değil mi çocuklar?

Şekil 3. Bölme İşleminin Sonucunun 27 Olarak Bulunması

Yanlışlarla ilgili verilen yukarıdaki örnekler 75 öğretmen adayının zorlandıkları ortak noktaları göstermektedir. Bu ortak noktalardan birisi de bölme işlemini 7 birlik 15'li gruplara ayrılmadığından bölümdeki birler basamağına 0 yazılır şeklinde yürütülmesi yerine 7'nin kalan olarak düşünülmesidir.

Öğretimsel Açıklamalar

Bölme işleminin altında yatan matematiksel anlamı açıklamak için kullanılan yöntemlerden birisi, sayıları basamak değerlerine göre ayırarak işlemi adım adım yürütmektir. Öğretmen adaylarından da bölme işlemini ve buna bağlı olarak öğretimsel açıklamalarını yaparlarken basamak kavramını kullanmaları beklenmektedir. Bölme işleminin sonucunu doğru bulan öğretmen adaylarıyla doğru bulamayan öğretmen adayları sınav kâğıtlarında öğretimsel açıklamalarını basamak değerlerine göre yapmaya çalışmışlardır. Basamak tablosu üzerinde yapılan açıklamaları öğretmen adayının sahip olduğu işlemsel bilgi ve kavramsal bilgisinin etkilediği görülmektedir.

Sınav kâğıtları incelendiğinde, toplam 87 öğretmen adayının basamak tablosu ile yapılan bölme işleminin altında yatan matematiksel anlamına yönelik uygun öğretimsel açıklamalar yaptığı toplam 141 öğretmen adayının ise bölme işlemine yönelik uygun öğretimsel açıklamalar yapamadığı görülmektedir.

Aşağıda bir öğretmen adayının doğru işlemi ve uygun öğretimsel açıklaması yer almaktadır:

⇒ dörtle binler basamağından en yüksek basamaktan başlayacağı söylenir, hissettirilir.
 ⇒ 4 tane birlik 15 kişiye birlik olarak dağıtamız. O zaman bölümlerde binler basamağına 0 yazılır.
 ⇒ 40 tane yüzlük 15 kişiye yüzlük olarak dağıtabiliriz. Her birine 2'şer yüzlük düşer. Çeriyeye 10 tane yüzlük kalır.
 ⇒ 10 yüzlük 10 tane onluk yapar. 5 tane onluk da orda var toplam 105 onluk 15 kişiye onluk olarak dağıtırsak her birine 7 onluk düşer ve bölümlerde onlar basamağına 7 yazılır.
 ⇒ Son olarak 7 birlik 15 kişiye birlik olarak dağıtılamaz birler basamağına 0 yazılır. Yedi birlik kalır.

Şekil 4. Sonucun 270 Olarak Bulunması ve Uygun Bir Öğretimsel Açıklama

Bölme işlemini basamak değerlerine göre yürüterek gerekli öğretimsel açıklamalarda bulunamayan 141 öğretmen adayının içerisinde 66'sı bölme işleminin sonucunu doğru bulmasına rağmen basamak değerine göre yapmaya çalıştıkları öğretimsel açıklamaları daha çok kurala dayalı olmuştur. Yani, öğretmen adaylarının yaklaşık üçte ikisi basamak tablosu kullanarak bölme işleminin altında yatan anlamı açıklayamamışlardır. Bölme işlemini doğru yapan öğretmen adaylarının içinde bölme işlemine yönelik bilgileri işlemsel seviyede olanların öğretimsel açıklamaları da bu seviyede olmuştur.

Aşağıda bir öğretmen adayının doğru işlemi yapmasına rağmen kurala dayalı yetersiz öğretimsel açıklaması yer almaktadır:

4'ün içinde 15 aranmaz. Onun için 40'in içinde kaç tane 15 olduğunu buluruz. 2 tane 15, 30 eder. Bu sayıya birler ve yüzler basamağının altına yazılıp çıkarılır. Geriye 10 kalır. 10'un içinde de 15 aranmayacağından Onlar basamağında 5 yazılıp indirilir. 105'in içinde kaç tane 15 olduğunu sorulursa 7 tane 15, 105'in altına yazılır. Çıkartılır. Birler basamağında 7 aşağı alınır. Kalanında sonra bir gelmediği ve 7'nin içinde 15 bulunmadığı için birler basamağına "0" yazılır. Bunun kalanı bir bölme işlemi olduğu vurgulanır.

Şekil 5. Sonucun 270 Olarak Bulunmasına Karşın Kurala Dayalı Bir Öğretimsel Açıklama

Matematik öğretimi derslerinde dört işlemin basamaklara göre yapılmasına vurgu yapıldığı için bu örnekte de öğretmen adayı bölme işlemini açıklarken basamak vurgusu yapmaktadır. Bu da öğretmen adaylarının matematik öğretimi derslerinde anlatılanlardan etkilendiklerini göstermektedir. Ancak bu etkilenme işlemsel düzeyde olmuştur. Bu örnekte görüldüğü gibi bölme işleminde basamak vurgusu yapılmasına rağmen bölme işleminin "gruplama" ve eşit paylaşım" anlamlarına odaklanılmamaktadır. Öğretmen adaylarının kendi bilgileri ile fakültede öğrendikleri yeni bilgiler arasında kavramsal düzeyde ilişkilendirme yapamadıkları ve sahip oldukları kurala bağlı önceki bilgilerinin değiştirmelerinin oldukça güç olduğu anlaşılmaktadır. Aşağıdaki iki örnekte bu durum açıkça gözlenmektedir:

→ Öncelikle binler basamağına başlarız.
 → Bölünenin binler bas. sayı (4) ... binlerden (15) kaç tane aldığımız için bölüm kısmına "0" yazılacağı söylenir.
 → Binler ve yüzler basamağı birlikte dikkate alınarak (40) binler sayıdan (15) içinde kaç tane aldığımız sorulur. "2" sayısı bölüm kısmına yazılır. Bölüne yazılan (2) ile binler (15) çarpılıp, bölünenin altına yazılıp, çıkarma işlemi yapılır.
 → Onlar bas. rakam 5 aşağı indirilir. Ekte edilen "105" sayısında 15 kaç tane var diye "7" sorulur. Cevap bölüm kısmına yazılır.
 → Son olarak bölünenin birler basamağındaki "7" aşağı indirilir ve 7'nin içinde "15" birliği için 0 kısım kalan olarak yazılır.

Şekil 6. Doğru Sonuca Karşın Matematiksel Anlamı Olmayan Bir Öğretimsel Açıklama

Benzer şekilde aşağıdaki örnekte de öğretmen adayı bölme işleminin sonucunu doğru bulmasına rağmen işlemin sayıların basamak değerlerine göre nasıl yapıldığını açıklayamamıştır:

Öncelikle sayılarımızı bölme işlemi sembolünün üzerinde basamaklarına ayırıyoruz daha sonra işlemi yapıyoruz. 4'te 15 yok, 40'da 15, 2 defa var 2 kere 15, 40-30=10, onlar basamağında. 5'te 10'un yanına alıyoruz 105 oluyor 105'de 15, 7 defa var 7 kere 15, 105 eder 105-105=0, yukarıdaki birler basamağında. 7'yi aşağıya alıyoruz 7'de 15 yok bölünmedi. birler basamağında 0 yazıyor ve sonucumuz 270 oluyor kalan ise 7'dir. Yani 4057 sayısının 15'e bölünmesinden bölüm 270 bulunur. kalan kalan da 7 oluyor.

Şekil 7. İşlemin Doğru Yapılmasına Karşın Derste Anlatılanlarla İlişkilendirilememesi

Yukarıdaki örneklerden de anlaşılacağı gibi sınav sorusuna benzer cevap veren öğretmen adaylarının işlemin sonucunu doğru bulmalarına rağmen basamak değerine göre işlemin nasıl yürüteceğinin anlatıldığı SINO 309 Matematik Öğretimi-I dersinde yapılanları kavramsallaştıramadıkları için öğretimsel açıklamaları kurallara dayalı kalmıştır.

Tartışma ve Sonuçlar

Bu çalışmada sınıf öğretmeni adaylarının bölme işlemine yönelik alan bilgileri ve öğretimsel açıklamalarının bir yansıması ortaya konulmaktadır. Çalışmaya katılan toplam 228 öğretmen adayından bölme işlemini doğru yapan sadece 87 öğretmen adayı bölme işleminin algoritmasının altında yatan matematiksel anlamı kullanarak bölme işleminin nasıl yapıldığını ortaya koyan uygun öğretimsel açıklamalar yapabilmıştır. Öğretmen adaylarının bir kısmı bölme işleminin

sonucunu doğru bulmalarına rağmen bölme işleminin altında yatan matematiksel anlamı ortaya koyan öğretimsel açıklamalar yapmada yetersiz kalmışlardır. Bu öğretmen adaylarının basamak tablosunu kullanarak yaptıkları öğretimsel açıklamalar incelendiğinde, basamak tablosunu kendi bildikleri kurala dayalı olarak açıkladıkları görülmüştür. Aslında sayıları basamaklarına göre ayırma işini dersin öğretim elemanı derslerinde anlattığı ve sınavda da istediği için öğretmen adayları bu soruyu cevaplarırken kullanmaya çalışmışlardır. Ancak çoğunluğunun basamak tablosunun sayılarla işlemlerin öğretilmesinde niçin kullanması gerektiğinden haberdar olmadığı ortaya çıkmıştır.

Diğer taraftan çalışmaya katılan öğretmen adaylarının yaklaşık üçte biri bölme işleminin algoritmasını uygulayamamış ve 4 basamaklı bir sayıyı 2 basamaklı bir sayıya hatalı olarak bölmüştür. Elde edilen bu sonuç bu öğretmen adaylarının bölme işlemi ile ilgili işlemsel bilgiye sahip olmamaları yanında yeterli düzeyde öğretimsel açıklama bilgisine de sahip olmadıklarını göstermektedir. Bu durum Kinach (2002a)'ın matematik öğretmeni adaylarının tam sayılarda toplama ve çıkarma işlemlerine yönelik öğretimsel açıklamalarının düzeyinin işlemsel bilgi düzeyinde olduğu ve sahip oldukları yetersiz alan bilgilerinin onların öğretimsel açıklamalarını da doğrudan etkilediği sonucuyla örtüşmektedir. Bölme işlemi yapan bir öğretmen adayı işlemsel bilgi olarak da öğrencilerine uygun öğretimsel açıklamalar yapamayacaktır. Bu öğretmen adayları bölme işleminin altında yatan kavramsal anlam ile basamak tablosu yöntemi arasındaki ilişkiyi kavrayamadıklarından bölme işleminde yaptıkları hataların önüne de geçememişlerdir ve kurala dayalı öğretimsel açıklamaları da yetersiz olmuştur. Dolayısıyla bu öğretmen adayları bölme işleminin basamak kavramına dayalı algoritmik yapısını anlamada zorlandıkları için öğrencilerini de o noktalardan uzak tutacak ve öğrencilerin soruları karşısında çaresiz kalacaktır. Bu sonuç, sınıf öğretmeni adaylarının eğitim fakültelerine getirdikleri kurala dayalı matematik bilgilerinin yetersizliğini de göstermektedir.

Avustralya ve Amerika'da sınıf öğretmeni adayları ve öğretmenleri ile yapılan araştırmalarda (Southwell ve Penglase, 2005; Thanheiser, 2009) sayılar ve basamak değerlerine göre işlemleri anlamada zorluk çekmelerinin yanında işlemleri kurallara göre yürüttükleri ve yapılan işlemlerin matematiksel anlamını açıklamada oldukça yetersiz oldukları ortaya konmuştur. Benzer şekilde bu çalışmada da öğretmen adaylarının basamak tablosunu kullanarak yaptıkları öğretimsel açıklamalar eskiden öğrendikleri kurallara dayanmaktadır. Bu öğretmen adayları eski bilgileriyle SINO 309 Matematik Öğretimi derslerinde gördükleri bilgileri arasında ilişki kurmada zorlanmışlardır. Sahip oldukları bilgileri değiştirmekte ve onlara yeni anlamlar katmakta zorlanan öğretmen adayları bölme işleminde bölünenin basamak değerlerine bağlı olarak sırayla bölene göre paylaştırılarak yapılmasının altında yatan anlamı tam içselleştirememişlerdir. Toluk-Uçar (2011) da öğretmen adaylarının bir işlemin nasıl yapıldığını anlatırken kullandıkları öğretimsel açıklamalarında hiçbir matematiksel dayanağı olmayan kural odaklı ifadelerle sıklıkla yer verdiklerini belirtmektedir. Sınıf öğretmeni adaylarının bu durumu Kinach (2002)'ın işlemsel anlama düzeyine karşılık gelmektedir. Öğretmen adaylarının kavramsal düzeyde öğretimsel açıklamalar yapabilmeleri için öncelikle kendilerinin matematiği kavramsal düzeyde anlamaları gerekmektedir (McDiarmid ve ark., 1989; Ma, 1999).

Milli Eğitim Bakanlığı matematik öğretim programını yenileyerek öğretmenlerden bu program doğrultusunda öğretim yapmalarını beklemektedir. Ancak, Milli Eğitimin programı değiştirmesi çok yeterli olmamaktadır. Bu programı kullanacak öğretmen ve öğretmen adaylarının da öğretim programının benimsediği yaklaşım doğrultusunda yetiştirilmesi gerekmektedir. Dört işlemi kurala dayalı olarak yapmayı öğrenen sınıf öğretmeni adaylarına sayıları basamak değerlerine ayırarak aritmetik işlemlerin matematiksel açıklamalarını yapmak çok ters gelmektedir. Sınıf öğretmeni adaylarını ilköğretim matematik programının hedeflediği şekilde öğretmeye hazırlamak için öğretmen yetiştirme programlarında bu yönde derslere ihtiyaç vardır. Sınıf öğretmeni adaylarının alan bilgisi ve alanı öğretme bilgisi yönünden daha donanımlı olarak öğrencilerin karşısına çıkmalarını sağlamak amacıyla matematik öğretimi gibi derslerde öğretimsel açıklamalarını geliştirici ortamlar oluşturulmalıdır. Bu ortamlarda yapılan sunumlar öğretim elemanları tarafından adım adım

izlenip uygun dönütler verilmeli ve öğretmen adaylarının kendi yansımalarını yapmalarına fırsat verilmelidir. Bu uygulamaların yapılabilmesi için de matematik öğretimi gibi derslerinin haftalık ders saatinin artırılması ve içeriğinin zenginleştirilmesi gerekmektedir. Diğer taraftan öğretmen adayları öğretmenlik mesleğinin ciddiyetini ve zorluğunu öğrenciyle karşı karşıya kalıncaya kadar anlayamamaktadır. Bu nedenle özellikle sınıf öğretmeni adaylarının Öğretmenlik Uygulaması derslerindeki çalışmaları alanda uzman öğretim elemanları tarafından takip edilmeli ve öğretimsel açıklamalarına uygun dönütler verilmelidir. Bütün bunları yapamadığımız takdirde Milli Eğitim Bakanlığı'nın hedeflediği değişim beklenildiği gibi gerçekleşmeyecektir.

Kaynakça

- An, S.,Kulm, G. & Wu, Z.(2004).The Pedagogical content knowledge of Middle School, Mathematics Teachers in China and the U.S. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7(2), 145-172.
- Baki, M ve Baki, A. (2010). Türkiye'nin Öğretmen Yetiştirme Deneyimi Işığında Matematik Öğretmeninin Alanı Öğretme Bilgisi. *Uluslararası Öğretmen Yetiştirme Politikaları ve Sorunları Sempozyumu II*, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Ball, D. L.,(1990) The mathematical understanding that prospective teachers bring to teacher education. *Elementary School Journal*, 90(4), 449-466.
- Ball, D.L.,Thames, M. H. ve Phelps, G.(2008). Content Knowledge for Teaching:What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Baş, S., Erbaş, A. K. ve Çetinkaya, B. (2011). Öğretmenlerin Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Yapılarıyla İlgili Bilgileri. *Eğitim ve Bilim*, 36(159), 41-55.
- Borko, H. & Putnam, R.(1996) . Learning to teach. In D.Berliner. & R. Calfee (eds.), *Handbook of Educational Psychology* (pp,673-708). New York: Mcmillan.
- Cai, J.(2005) .U.S and Chinese teachers ' consruction, knowing and evaluating representation to teach mathematics. *Mathematical Thinking and Learning*, 7(2), 135-169.
- Charalambos, Y. C., Hill, H.,C. & Ball, D. L.(2011). Prospective teachers'learning to provide instructional explanations: How does it look and what might it take? *Journal of Mathematics Teacher Education*, (online first 16 March 2011).
- Fennema, E & Franke , M. L.(1992). Teachers 'knowledge and its impact. In D.A. Grouws (ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp147-164). New York : Macmillan.
- Grossman, P. (1990). *The making a teacher: Teacher knowledge and teacher education*. New York: Teachers college Pres.
- Kılcan, S. A (2006). *İlköğretim Matematik Öğretmenlerinin Kesirlerle Bölmeye İlişkin Kavramsal Bilgi Düzeyleri*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Sosyal Bilimler Enstitüsü. BİBÜ.
- Kinach, B. M. (2002a). A cognitive strategy for developing pedagogical content knowledge in the secondary mathematics methods course: toward a model of effective practice. *Teaching and Teacher Education*, 18(1), 51-71.
- Kinach, B.M. (2002b). Understanding and learning to explain by representing mathematics: Epistemological dilemmas facing teacher educators in the Secondary mathematics 'methods' course. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5(2), 153 -186.
- Leinhardt, G., Putman, R, T., Stein, M. K., & Baxter, J. (1991). Where subject knowledge matters. In J.Brophy(ed.).*Advances in research on teaching* (2.pp. 87-113). London:JAI Pres Inc.

- Ma, L. (1999). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teachers' understanding of Fundamental Mathematics in China and United States*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Magnusson, S., Borko, H., & Krajik, J. (1999). Nature, sources, and development of pedagogical content knowledge for science teaching. In Gess-Newsome, J., ve Ledermen, N.G.(eds.), *Examining Pedagogical Content Knowledge* (pp.95-132). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Marks, R. (1990). Pedagogical content knowledge: From a mathematical case to modified conception. *Journal of Teacher Education*, 41, 3-11.
- McDiarmid, G.W.; Ball, D.L.& Anderson, C. (1989). Why Staying One Chapter Ahead Doesn't Really Work: Subject Specific Pedagogy. In M. C.Reynolds (Ed.), *Knowledge Base For the Beginning Teacher* (pp.193-205). Elmsford, NY :Pergamon Pres.
- MEB (2005). İlköğretim (1-5) Matematik Dersi Öğretim Programı. Milli Eğitim Yayınları, Ankara.
- Newsome, J. G. (1999). Pedagogical content knowledge : An introduction and orientation .In Gess-Newsome, J.,ve Ledermen, N.G.(eds.), *Examining Pedagogical Content Knowledge* . (pp.3-17). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Shulman, L.S. (1986). Those who understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*. 15(2), 4-14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and Teaching : Foundations of The New Reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Southwell, B.,and Penglase, M, (2005). Mathematical knowledge of preservice primary teachers. In.H. L.Chick and J.L.Vincent (Eds.), *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 14, 209-216.
- Thanhieser, E. (2009). Preservice elementary school teachers' conceptions of multidigit whole numbers. *Journal for Research in mathematics Education*, 40, 252-281.
- Thompson, P.W. , Carson, M., & Silverman, J. (2007).The design of task in support of teachers'development of coherent mathematical meanings. *Journal for Mathematics Teacher Education*, 10(4-6), 415- 432.
- Toluk –Uçar, Z. (2011). Öğretmen Adaylarının Pedagojik İçerik Bilgisi: Öğretimsel Açıklamalar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 2(2), 87-102.
- Yeşildere, S., Akkoç, H. (2010).Matematik Öğretmen Adaylarının Sayı Örüntülerine İlişkin Pedagojik Alan Bilgilerinin Konuya Özel Stratejiler Bağlamında İncelenmesi. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 29(1), 125-149.