Eğitim ve Bilim
2013, Cilt 38, Sayı 167
Education and Science
2013, Vol. 38, No 167

İlköğretim İkinci Kademe Öğrencilerine Yönelik Sayı Duyusu Ölçeği'nin Geliştirilmesi*

The Development of Number Sense Scale towards Middle Grade Students

Mesture KAYHAN ALTAY** Aysun UMAY***
Hacettepe Üniversitesi

Öz

Bu araştırmanın amacı, ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin sayı duyularını belirlemeye yönelik bir ölçek geliştirmek, geliştirilen ölçek yardımıyla sayı duyusunun yapısını ortaya koyup yapısal özelliklerini yansıtan bir tanım yapmaktır. Bunun için Yang (1995) tarafından belirlenen altı boyut dikkate alınarak bir taslak ölçek hazırlanmıştır. Ölçek, Ankara İli'nin Çankaya ve Gölbaşı ilçelerine bağlı dört ilköğretim okulunda öğrenim gören 584 ikinci kademe öğrencisine uygulanmıştır. Analizler sonunda on yedi maddelik ölçeğin Cronbach Alpha güvenirlik katsayısı 0,86 olarak hesaplanmıştır. Açımlayıcı faktör analizi sonucunda ölçeğin üç boyuttan oluştuğu ortaya çıkmıştır. İlk boyutta toplanan sekiz maddeye "hesaplamada esneklik", ikinci boyutta toplanan dört maddeye "kesirlerde kavramsal düşünme", beş maddeden oluşan son boyuta ise "kıyaslama (referans) noktası kullanımı" adları verilmiştir.

Anahtar Sözcükler: Sayı duyusu, hesaplamada esneklik, kesirler, kıyaslama (referans) noktası kullanımı

Abstract

The aim of the study was to develop a scale to determine number sense of middle grade students and through the developed scale to introduce a structure of number sense and make a definition reflecting its structural characteristics. Therefore, a draft scale was prepared based on the six dimensions identified by Yang (1995). The scale was applied to 584 middle grade students from four different schools located in the districts of Çankaya and Gölbaşı in Ankara. The Cronbach's alpha coefficient was found to be .86 for the scale with seventeen items. The result of the exploratory factor analysis showed that the scale consists of three dimensions. Eight items clustered in the first dimension, four items clustered in the second dimension and finally, five items clustered in the last dimension were defined as flexibility in calculation, conceptual thinking in fraction and using benchmark (reference points), respectively.

Keywords: Number sense, flexibility in calculation, fraction, the use of benchmark (reference point)

* Bu çalışma, Prof. Dr. Aysun Umay danışmanlığında Kayhan Altay (2010) tarafından hazırlanan doktora tez çalışmasının bir bölümünden oluşturulmuştur. Çalışma TÜBİTAK tarafından 2214 Yurtdışı Araştırma Burs Programı kapsamında desteklenmiştir.

** Öğr. Gör. Dr. Mesture KAYHAN ALTAY, Hacettepe Üniversitesi, İlköğretim Bölümü, Matematik Eğitimi ABD, e-posta: mkayhan@hacettepe.edu.tr

*** Prof. Dr. Aysun UMAY, Hacettepe Üniversitesi, İlköğretim Bölümü, Matematik Eğitimi ABD, e-posta: aumay@hacettepe.edu.tr

Summary

Purpose

Although the origin of the number sense is not clear, it might be said that the characteristics of number sense have gained importance with the studies associated with National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1989). The Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics (NCTM, 1989) defines that

> "children with good number sense have (1) well-understood number meanings, (2) have developed multiple relationships among numbers, (3) recognize the relative magnitude of numbers, (4) know the relative effect of operating on numbers, and (5) develop referents for measures of common objects and situations in their environment" (p.38).

The need to introduce a framework for the components of number sense is widely accepted in the literature (Reys, Reys, McIntosh, Emanuelsson, Johansson, & Yang, 1999). Much effort was used in determining the psychological and theoretical foundations of number sense components by various researchers. However, researchers have not reached a unifying framework for components of number sense yet. Although several reasons might affect this deficiency in the framework of number sense components, one plausible reason is that there is no exact and common definition and examples (or items) for each number sense components in the relevant literature. For this reason, the purpose of the study was to design an assessment tool for assessing and describing middle grade students' number sense. Also, assessing number sense and trying to define the components of number sense could be helpful for teachers in designing their instruction.

Method

In this study, a Number Sense Scale (NSS) for middle grade students was developed considering six common components of number sense proposed by Yang (1995). In the pilot study, the scale was applied to 179 middle grade students. The final form of the scale has been applied to 584 middle grade students from four different schools located in the districts of Çankaya and Gölbaşı in Ankara. Firstly, Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) has been applied with the intention of determining the suitability to the analysis of the given factor and the Barlett test of sphericity was performed to examine the construct validity of the instrument. Subsequently, these factors were analyzed with varimax rotation.

Results

According to the findings, seven items are deleted from the scale. The Cronbach's alpha values has been found to be .86 which could be considered high. The KMO value has been found to be .91 and the meaningfulness value of Barlett test has been found as .00, which shows that the data are appropriate for factor analysis. The factor analysis indicates that the items in the scale accumulate around three dimensions. The names of the factors are as follows; flexibility in calculation, conceptual thinking in fraction and the use of benchmark (reference points). Flexibility in calculation can be explained as the ability of determining what type of answer is appropriate, choosing the best strategy and using existing strategy when faced with unfamiliar problems. Conceptual thinking in fraction involves the ability of developing deeper understanding of fraction and using models, including number line, to judge the size of fractions. The use of benchmark (reference points) refers to the ability of solving problems using 1, ½, 100 as a benchmark.

Conclusion and Discussion

The result of the study showed that the scale consists of three dimensions. Considering these three factors, number sense can be defined as "the using numbers flexibly, practical thinking in calculating with numbers, choosing appropriate and effective solution strategies when faced to

unfamiliar problems, using the different representation for fraction and the use of benchmark such as 1, ½ or 100 to simplify the problem."

This scale can be helpful to the researchers in their study about measuring the degree of possessing the number sense and in planning research studies for the development of it. Also, the scale can help teachers on determining on which type of number sense components do their students difficulty on.

Giriş

2005 yılında uygulamaya konulan 6.- 8. sınıf matematik dersi öğretim programının, matematiğin kavramsal olarak öğrenilmesi yönünde teşvik edici olduğu söylenebilir. Programda benimsenen kavramsal yaklaşımda, öğrencilerin matematikle ilgili kavramları, kavramların kendi aralarındaki ilişkileri, işlemlerin altında yatan anlamı ve işlem becerilerini kazanmaları amaçlanmaktadır (MEB, 2009). Buna rağmen, hâlâ matematik sınıflarında bilginin doğrudan aktarıldığı, ezbere dayalı bir öğretimin yapıldığı durumlar gözlenebilmektedir. Matematik dersi 1.-5. sınıf öğretim programının NCTM prensip ve standartlarına göre incelendiği bir araştırmada Umay, Akkuş ve Duatepe Paksu (2006), öğretim programında sayı ve işlem duyusunun öneminin vurgulandığını, ancak sayı duyusu oluşturma anlamında kazanım ya da etkinlik bulunmadığını belirtmişlerdir. Oysa sayılar ve işlemler arasındaki ilişkileri kurabilen, sayıları anlamlandırabilen, sayılarla işlemlerde pratik düşünebilen ve yaratıcılığını sergileyebilen bireyler yetiştirilmesi, ancak sayı duyusunun ve bileşenlerinin açıkça ortaya konulmasıyla mümkündür (McIntosh, Reys ve Reys, 1992). Görece olarak dünyada yeni kullanılan bu kavramla ilgili hem teorik hem de uygulamaya yönelik yanıtlanmamış pek çok soru vardır.

Çıkış noktası tam olarak belli olmamasına rağmen, sayı duyusu kavramının Amerika'daki Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi'nin (National Council of Teachers of Mathematics) çalışmaları sırasında ortaya atıldığı söylenebilir (NCTM, 1989). NCTM'nin Okul Matematiği İçin Müfredat ve Değerlendirme Standartları (Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics) adlı kitabında, sayı duyusuna sahip çocukların özellikleri şu şekilde tanımlanmıştır:

> Sayı duyusuna sahip çocuklar; (1) sayıların anlamlarını çok iyi bir şekilde anlar, (2) sayılar arasında çoklu ilişkiler geliştirir, (3) sayıların göreceli büyüklüklerini fark eder, (4) işlemlerin sayılar üzerindeki etkilerini anlar, (5) çevresindeki nesnelerin ölçümleri için kıyaslama (referans) noktası geliştirir (NCTM, 1989: 38).

Araştırmacılar sayı duyusu için birçok farklı tanım kullanmışlardır. (Berch, 2005; Dehaene, 1997; Gersten ve Chard, 1999; Greeno, 1991; Griffin, 2004; Hope, 1989; Howden, 1989; Howell ve Kemp, 2005; Kaminski, 2002; Lipton ve Spelke, 2003; McIntosh ve diğ., 1992; Reys ve Yang, 1998; Reys ve diğ., 1999). Howden (1989) sayı duyusunun öğrencilerin doğal kavrayışı ve sezgisi olduğunu söylemektedir. Sayı duyusuna sahip çocukların özelliklerini birinci sınıfa giden öğrencilere yönelttiği "24 sayısını duyduğunuzda aklınıza ilk gelen şey nedir?" sorusuyla incelemiştir. Bu soruya öğrenciler tarafından verilen cevaplar şu şekildedir: "iki onluk ve dört kuruş", "iki düzine yumurta", "üç onluktan 6 kuruş çıkarılmış", "Cumartesi günü amcamın doğum günüydü ve 24 yaşına bastı", "17 yıl sonra 24 yaşına basacağım" ve "24 sayısı 20 ile 30 sayısının neredeyse ortasında". Howden'e göre bu çocuklar sayıları sadece kendi tecrübeleriyle ilişkilendirmemiş aynı zamanda bu tecrübeyi genişletebilmişlerdir. Bu örnekten yola çıkarak Howden sayı duyusunu, sadece uygulanması gereken bir dizi kural yerine mantıklı çıkarımlar yaparak bir çözüme ulaşabilmek için birden fazla yolun olduğunu fark edebilme becerisi olarak tanımlamıştır. Bu özellikler diğer araştırmacılar tarafından da belirtilmiştir (Berch, 2005; Griffin, 2004; Kaminski, 2002). Hope (1989) ise sayı duyusunu, sayıların çeşitli kullanım alanları hakkında mantıklı tahminler yapabilme, aritmetik hataları fark edebilme, en etkili hesaplama yolunu seçebilme ve sayı örüntülerini fark edebilme hissi olarak tanımlamıştır.

Tanımlamadan ziyade teorik analizlerle ilgilenen Greeno (1991) sayı duyusunu, bilişsel bir uzmanlık olarak nitelemiştir. Greeno'ya göre sayı duyusu, insanların çevreleri ile başarılı bir şekilde etkileşimde bulundukları etkinliklerden elde ettikleri bilgilerdir. Aynı zamanda sayı duyusu çevrenin sunduğu kaynakların neler olduğunu, etkinlikler içinde bu kaynakların nasıl bulunacağını, nasıl kullanılacağını bilmek, gizli örüntüleri anlamak ve kavramaktır. Greeno sayı duyusunu genel bir matematiksel bilgi ve beceri olarak tanımlayan daha evrensel bir görüş önermiştir.

McIntosh ve diğerleri (1992) ile Reys ve diğerleri (1999) sayı duyusunu, sayı ve işlemleri genel olarak kavrama, sayı ve işlemlerle uğraşırken kullanışlı stratejiler geliştirme ve esnek bir biçimde matematiksel muhakeme kurabilme becerisi olarak tanımlamıştır. Buna benzer bir tanım, Berch (2005) tarafından yapılmıştır. Berch sayı duyusunu sayıların anlamlarına ilişkin sahip olunan duyu olarak tanımlar. Berch'e göre sayı duyusu; farkındalık, sezgi, tanıma, bilgi, beceri, yetenek, his, süreç, kavramsal yapı ve zihinsel etkinliklerdir.

Gersten ve Chard (1999) araştırmalarında birçok çocuğun bu kavramsal yapıyı informal bir biçimde anaokuluna gitmeden çevresindekilerle etkileşimleri sonucunda kazandığını belirtmişlerdir. Fakat her çocuğun aynı sayı duyusu becerisiyle okula başlamadığını da vurgulamışlardır. Örneğin bir çocuk okula 8'in 5'ten üç fazla olduğunu bilerek gelebilir. Sayı duyusu çok iyi gelişmemişse sadece 8'in 5'ten büyük olduğunu bilir, fakat sayı duyusu gelişmişse 8'in 5'den neden büyük olduğunu anlamıştır ve bunu göstermesi istendiğinde parmaklarını veya blokları kullanarak bir çözüm yolu geliştirebilir. Öte yandan, Howell ve Kemp (2005) informal olarak kazanılan sayı duyusunun işlemsel tanımının henüz yapılmadığını vurgulamıştır. Öncelikle okul öncesindeki çocuklar tarafından kazanılan hangi becerilerin, sayı duyusunu gösterdiği konusunda görüş birliği içinde olunması gerektiğini savunmuştur.

Alanyazın incelendiğinde sayı duyusunun kökenine ilişkin psikologlar ve nörologlar tarafından yapılan çalışmalara da rastlamak mümkündür (Dehaene, 1997; Lipton ve Spelke, 2003). Bu çalışmalarda sayı duyusunun kökenine ilişkin öne sürülmüş farklı görüşler vardır. Bazı kuramlar, insanların, tıpkı renk duyusu gibi sayı duyusuna sahip olduğunu ve bu duyulara sahip bir şekilde doğduğunu öne sürmektedir. Bir nörolog ve aynı zamanda matematikçi olan Dehaene (1997) Sayı Duyusu adlı kitabında, insanların içgüdüsel olarak beyninde sayıları algılayan bir sayı hücresi olduğunu ve yapılan hesaplamaların hepsinin beyin korteksimizdeki uzmanlaşmış nöron hücrelerinin harekete geçmesiyle meydana geldiğini iddia etmektedir. Dehaene (1997) sayı duyusunun belirli bir eğitime ihtiyaç duymadan kendiliğinden meydana geldiğini de savunmaktadır. Sayı duyusunun tamamen beynin yapısıyla ilişkili biyolojik bir donanım olduğunu iddia eden bu görüşe karşın diğer bir görüş de sayı duyusuna içsel bir süreçten öte bir bilgi ve beceri olarak bakılmasıdır. Çoğunlukla matematik eğitimcileri tarafından benimsenen bu görüşe göre sayı duyusu durağan ve değişmez bir şey değildir. Bu anlamda bakıldığında, daha çok bir duyu olarak kabul edilen bu yetinin geliştirilebilmesi ve anlaşılabilmesi için nöropsikoloji alanında daha fazla teorik ve deneysel bulgulara ihtiyaç vardır (Dehaene, 1997).

Sayı duyusunun bileşenlerinin psikolojik ve teorik temellerine ilişkin birçok çalışma yapılmasına rağmen araştırmacılar sayı duyusunun bileşenleri hakkında ortak bir yapı üzerinde birleşememişlerdir. (Greeno, 1991; Markovits ve Sowder, 1994; McIntosh ve diğ., 1992; Reys ve diğ., 1999; Sowder ve Schappelle, 1994). Sayı duyusunun bileşenlerine ilişkin bu eksikliğin nedenlerinden biri, ilgili alanyazında sayı duyusunun her bir bileşeni için ortak ve kesin bir tanımın ve örneğin olmaması olabilir. Alanyazın incelendiğinde benzer kavramlar/yapılar için farklı adlandırmaların kullanıldığı görülmektedir. Benzer kavramların/yapıların farklı yapılar olarak nitelendirilmesi ifadesi ile araştırmacılar tarafından tanımlanan, aynı beceriyi ölçen fakat farklı kavramlarla açıklanan bileşenler kastedilmektedir. Örneğin, Markovits ve Sowder (1994) sayı duyusunun *tahmin* bileşenini, yuvarlama ve zihinden hesaplama becerisini kastederek şu görüşme sorusuyla örneklendirmiştir: "18 x 86 işleminin sonucunun en yakın tahmini için, (a) 20 x 90 veya (b) 20 x 86 veya (c) 18 x 90 işlemlerinden hangisini seçmeliyiz?" (s. 18). Yang (1995) tez çalışmasında aynı beceriyi (*hesaplama durumlarında sayılarla ve işlemlerle esneklik olarak adlandırmıştır*) benzer bir görüşme sorusuyla örneklendirmiştir: "38 x 86 işleminin en yakın tahmini hangisidir? (a) 40 x 90 veya (b) 40 x 86 veya (c) 38 x 90?" (s. 141).

Araştırmacıların aynı beceriler ve yapılar için farklı kavramlar kullanmasına ilişkin başka örnekler de verilebilir (Greeno, 1991; Yang, 1995). Greeno'nun çalışmasında "1128 asker, her bir otobüs 36 kişiyi alacak şekilde taşınacaktır. Tüm askerlerin taşınması için ne kadar otobüs olması gerekir?" (s. 172–173) problemi *niceliksel muhakeme ve çıkarım* olarak tanımlanmasına karşın bu soruya çok benzeyen "Bir okul otobüsü 45 öğrenciyi taşımaktadır. Müzeye getirilmek istenen 915 öğrenci vardır. Bu öğrencilerin müzeye taşınması için kaç tane otobüse gerek vardır?" sorusu Yang'ın (1995, s. 143) çalışmasında *hesaplama durumlarında sayılarla ve işlemlerle esneklik* olarak adlandırmıştır.

Yang (1995), sayı duyusunun bileşenlerine ilişkin bu karmaşayı ortadan kaldırmak amacıyla ortaya atılan farklı sınıflandırmaların ortak noktalarını alarak yeni bir sınıflandırma yapmıştır. Yang'ın sınıflandırması altı boyuttan oluşmaktadır. Bu araştırmada Yang'ın sınıflandırması temel alınmıştır. Sınıflandırmalardaki ortak olan tüm bu boyutlar için örnek maddeler ve tanımlar, ölçeğin geliştirilme sürecinde ayrıntılı olarak ele alınmıştır.

Çalışmanın Amacı ve Önemi

İlköğretim düzeyindeki öğrencilerin sahip olması gereken becerilerden biri olan sayı duyusunun yapısının derinlemesine incelenmesinin, bu becerinin tanımlanması, ölçülmesi ve eğitimde daha fazla yer verilmesi açısından alana katkıda bulunacağı düşünülmektedir. Bunun yanı sıra öğrencilerin sayı duyularını ölçmeye yönelik ölçekler dünyada oldukça sınırlıdır. Bu nedenle araştırmacılar tarafından Yang'ın (1995) sınıflandırması temel alınarak sayı duyusu boyutlarını içerecek şekilde bir ölçek geliştirilmiştir. Daha sonra ölçekten elde edilen veriler yardımıyla sayı duyusunun yapısı incelenmiş, bileşenleri ortaya konulmuştur. Bu araştırmada Yang tarafından ortaya atılan ve teorik düzeyde kalan sayı duyusunun bileşenlerine ilişkin istatistiksel kanıta dayalı bir yapı sunmak hedeflenmiştir.

Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu, Ankara İli'nin sosyoekonomik düzeyi farklı iki ilçesine (Çankaya ve Gölbaşı) bağlı, ikisi devlet ikisi özel olmak üzere dört ilköğretim okulunun ikinci kademesine devam etmekte olan toplam 584 öğrenci oluşturmaktadır. Çalışmaya katılan öğrencilerin % 31,5'i 6. sınıf, % 43,3'ü 7. sınıf ve % 25,2'si 8. sınıf öğrencileridir. Ayrıca çalışma grubunun % 48'i kız öğrencilerden, % 52'si erkek öğrencilerden oluşmaktadır.

Ölçeğin Geliştirilme Süreci

Sayı duyusu ölçeği 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı duyularını ve sayı duyusunun yapısını belirlemek amacıyla araştırmacılar tarafından ilgili alanyazında tartışılan problemlerden yararlanılarak geliştirilmiştir (Kaminski, 2002; NAEP, 2005; TIMSS, 1999; Yang, 1995). Ölçek maddelerinin hazırlanmasında, Yang (1995) tarafından alandaki öncülerin sınıflandırmaları dikkate alınarak belirlenen ortak altı bileşen ele alınmıştır. Ortak olan bu bileşenler; (1) sayıların anlamlarının anlaşılması (well-understood number meaning), (2) sayıları ayrıştırma ve yeniden birleştirme (decomposition / recomposition of numbers), (3) sayı büyüklükleri (number magnitude), (4) kıyaslama (referans) noktası kullanımı (the use of benchmark), (5) işlemlerin sayılar üzerindeki göreli etkilerini anlama (understanding the relative effects of operations on numbers) ve (6) sayı ve işlem bilgisini hesaplama durumlarına kullanmadaki esneklik (flexibility applying the knowledge of numbers and operations to computational situations) bileşenleridir.

Sayıların anlamlarının anlaşılması ile ilgili olan birinci bileşen, sayıların temsil ettiği miktarları anlayabilme boyutunu göstermektedir (Yang, 1995). Sayı duyusu bileşenlerinden ikincisi olan sayıları ayrıştırma ve yeniden birleştirme, sayıların farklı gösterim biçimlerini esnek bir biçimde kullanma ve hesaplamayı kolaylaştırıcı uygun gösterim biçimini seçme becerisi ile ilgili bir bileşendir. Sayı büyüklükleri adı verilen üçüncü bileşen ise sayıların karşılaştırılmasını, verilen iki sayının hangisinin üçüncü sayıya daha yakın olduğunu bulma becerisini, sayıları sıralama becerisini ve verilen iki sayı arasındaki sayıları tanımlama becerisini içermektedir. Dördüncü bileşen kıyaslama noktası kullanımı ½, ¾, 1, 25 veya 100 gibi sayıları kıyaslama (referans) noktası olarak kullanma ile ilgilidir. Genellikle bir büyüklüğe karar verme sürecinde ve zihinden işlem yapmanın kolaylaştırılmasına yardımcı olan bir beceridir. Örneğin $\frac{8}{17}$ kesrini sayı doğrusunda yerleştirirken bu kesrin $\frac{1}{2}$ kesrine oldukça yakın ve bu kesirden biraz küçük olduğunun bulunması kıyaslama noktası kullanımıyla ilgili bir beceridir. Burada kıyaslama noktası olarak kullanılan kesir $\frac{1}{2}$'dir. İşlemlerin sayılar üzerindeki göreli etkilerini anlama olarak ifade edilen beşinci bileşen, hesaplama durumlarında bir sayının değeri veya işlem değiştiğinde sonucun nasıl değişeceğini fark etme becerisi ile ilgilidir. Sayı duyusunun son bileşeni olan sayı ve işlem bilgisini hesaplama durumlarına kullanmadaki esneklik, karar verme süreci ile ilgili bir beceridir. Hangi cevabın daha uygun olduğuna karar verme, hangi hesaplama aracının en etkili ve ulaşılabilir olduğuna karar verme, bir strateji seçme ve uygulama becerisini içerir.

Sayı duyusu bileşenlerine ilişkin ele alınan ortak altı bileşenin her biri için dörder tane olmak üzere toplam 24 soru geliştirilmiş, rasgele sıralanarak taslak ölçek oluşturulmuştur. Her bileşende yer alan sorular aşağıda ayrıntılı bir biçimde açıklanmıştır.

Taslak ölçekteki *sayı anlamlarının anlaşılması* ile ilgili sorulardan ilki, alanyazındaki sorulardan yararlanılarak araştırmacılar tarafından geliştirilmiştir. "856,6 x 0,535 = 458281" sorusunda öğrencilerden çarpma işleminin doğru olabilmesi için eşitliğin sağ tarafına virgülü yerleştirmeleri istenmiştir. Sayı duyusu gelişmiş bir çocuğun bu soruda işlem yapmak yerine 0,535 ondalık sayısının yarıma yakın olduğunu fark etmesi ve bir sayıyla çarpıldığında sonucun çarpılan sayının yaklaşık olarak yarısına eşit olacağını (458,281) bulmaları beklenmektedir. Sayı duyusu gelişmemiş bir öğrenci ise eşitliğin sol tarafındaki virgülden sonraki basamak sayılarını sayarak virgülü 45,8281 şeklinde yerleştirmektedir. Bu bileşendeki ikinci soru (Ek, Soru 5) NAEP (National Assessment of Educational Progress)'in, 2005 yılındaki test maddelerinden adapte edilmiştir. Öğrencilere 0,002 ile 0,003 arasında hangi sayının olabileceği sorulmuş ve öğrencilerden verilen bu iki noktanın orta noktasının 0, 0025 olduğunu bulmaları beklenmektedir. Üçüncü soru (Ek, Soru 7) ondalık sayılarda toplama işlemi ile ilgilidir. Burada öğrencilerden verilen dört çözüm yolundan birini seçmeleri istenmektedir. Sayıların anlamlarını kavrayan bir öğrencinin 4,358 ondalık sayısının 10 fazlasının 4,458 olamayacağını bulması beklenmektedir. Bu soruda öğrenciler sadece tam kısımları toplayarak cevabın 14,358 olması gerektiğini söyleyen Mert'in yolunu seçmelidirler. Bu bileşendeki son soru (Ek, Soru 14) Yang'ın (1995) çalışmasından alınmıştır. Bu soruda öğrencilerden sayı doğrusu üzerinde işaretli noktalardan hangisinin payı paydasından çok az büyük olan kesri temsil ettiğini belirlemeleri istenmiştir. Kesirlerin anlamlarını kavramsallaştıran bir öğrencinin bu kesirleri kolaylıkla bulması beklenmektedir. Burada öğrenciler, payı paydasından çok az büyük olan kesrin bir bileşik kesri temsil ettiğini fark edip 1'den büyük kesri ifade eden sayıyı işaretlemelidirler.

Sayıları ayrıştırma ve yeniden birleştirme bileşeni ile ilgili soruların ilki dışındaki diğer sorular araştırmacılar tarafından geliştirilmiştir. İlk soruda (Ek, Soru 1) öğrencilerden 0,25 ondalık sayısı ile 16 sayısını en kısa yoldan çarpmaları istenmektedir. Burada öğrencilerden, 0,25 ondalık sayısının diğer bir gösterim biçimi olan $\frac{1}{4}$ kesrini fark etmeleri beklenmektedir. İkinci soru (Ek, Soru 11) 2005 yılında NAEP tarafından geliştirilen sorulardan adapte edilerek hazırlanmıştır. Bu soruda öğrencilerden 6 x 6'lık bir karenin $\frac{4}{9}$'ünün boyanması istenmiştir. Sayı duyusu gelişmiş öğrenciler farklı gösterim biçimlerini kullanarak $\frac{4}{9}$ kesrini $\frac{16}{36}$ olacak şekilde genişletebilmelidirler.

Bu bileşene ait üçüncü soruda (Ek, Soru 16) öğrencilerden 86424 sayısını 500 ile çarpmak yerine bu sayıyı ilk olarak 1000 ile çarpıp sonra ikiye bölmeleri beklenir. 86424 kolayca 2 ile bölünebilen bir sayıdır. O halde cevap 43212'dir. Son soruda aynı şekilde, sayı duyusu gelişmiş öğrencilerin işlem yapmak yerine "(630 x 45) + (8 x 45)" işleminin "638 x 45" işlemine eşit olduğunu fark etmeleri beklenmektedir.

Sayı duyusu bileşenlerinden bir başkası olan *sayı büyüklükleri* ile ilgili ilk soruda (Ek, Soru 2) öğrencilerden, verilen iki kesir arasında bir kesir yazmaları istenir. Sayı duyusuna sahip bir çocuğun bu problemi kesirlerde payda eşitlemesi yapmadan kesirlerin büyüklüklerini düşünerek cevaplaması beklenir. Bu soru Kaminski'nin (2002) araştırmasındaki "$\frac{7}{8}$ ile 1 arasında bir kesir yazınız" sorusundan yola çıkılarak geliştirilmiştir. İkinci soruda (Ek, Soru 10) öğrencilerden, verilen çeşitli ondalık sayıları sıralamaları istenmiştir. Burada da öğrencilerin ondalık sayıları kesir biçimine çevirme işlemi yapmaya gereksinim duymadan ondalık sayıların tam kısımlarını dikkate alarak karşılaştırma yapmaları beklenir. Bu bileşenin ölçülmesinde kullanılan bir diğer soru (Ek, Soru 17), kesirlerin karşılaştırılmasını gerekli kılan bir problemdir. Sayı duyusu gelişmiş bir çocuğun bu problemi her bir spor çeşidini seven öğrenci sayısını hesaplama gereği duymadan kesir büyüklüklerini düşünerek çözmesi beklenir. Son soruda ise öğrencilerin, sayıların gerçek nesnelerle veya ölçümlerle eşleştirildiğinde farklı değerler ifade edebileceğini bulmaları istenmiştir. Bu amaçla geliştirilen son soruda nar içindeki tane sayısının karpuzun içindeki çekirdek sayısına kıyasla daha fazla olduğunu bulması beklenmektedir.

Kıyaslama noktası (referans noktası) kullanımı ile ilgili soruların ilkinde (Ek, Soru 3) öğrencilerden "6464 x 0,54" işleminin sonucunun 3232'den büyük mü, yoksa küçük mü olduğunu bulmaları istenmektedir. Bu sorunun çözümünde öğrencilerin 0,54 sayısını yarım ile kıyaslama yaparak cevaba ulaşmaları beklenir. Yang (1995) tarafından geliştirilen ikinci soru (Ek, Soru 9) toplamları 1'den büyük olan kesirlerin bulunması ile ilgili bir sorudur. Sayı duyusu gelişmiş biri bu soruda $\frac{1}{2}$ kesrini kıyaslama (referans) noktası olarak kullanıp kesirlerin büyüklüklerini saptayarak toplamların yaklaşık değerlerini tahmin etmelidir. Üçüncü soru (Ek, Soru 12) TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) tarafından 1999 yılında geliştirilen sorulardan adapte edilerek hazırlanmıştır. Bu soruda öğrencilerden boyalı olarak verilen şekli kesir biçiminde ifade etmeleri istenmiştir. Sayı duyusu becerisi gelişmiş bir öğrencinin bu sorunun çözümünde $\frac{1}{2}$ ve 1 sayılarını kıyaslama (referans) noktası olarak kullanması beklenmektedir. Aynı şekilde araştırmacılar tarafından geliştirilen son soruda (Ek, Soru 15) öğrencilerden $\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$ ve $\frac{1}{4}$ kesirlerini sayı doğrusu üzerinde göstermeleri istenmiştir. Burada da sayı duyusu gelişmiş öğrencilerin yarımı referans noktası alarak diğer kesirleri sayı doğrusu üzerinde yerleştirmeleri beklenmektedir.

İşlemlerin sayılar üzerindeki göreli etkilerini anlama bileşeni ile ilgili sorular, hesaplama durumlarında bir sayının değeri veya işlem değiştiğinde sonucun nasıl değişeceğini fark etme becerisi ile ilgilidir. Bu bileşendeki sorular araştırmacılar tarafından geliştirilmiştir. İlk soruda (Ek, Soru 4) "372 – 38 = 334" işlemi öğrencilere verilmiştir. İstenilen şey "372 – 18" işleminin cevabının en kısa yoldan bulunmasıdır. Burada sayı duyusunu kullanan bir öğrenci, verilen bir önceki işlemi kullanarak hesaplama yapmadan 334 sayısına 20 eklemelidir. İkinci ve üçüncü (Ek, Soru 13) sorularda öğrencilerden yine hesaplama yapmadan hangi işlemin daha büyük sonucu vereceğini bulmaları istenmektedir. Ayrıca sayı duyusuna sahip öğrencilerin çarpma işleminin her zaman sonucu büyütmeyeceğini bilmeleri beklenmektedir. Son soruda (Ek, Soru 6) ise “50 + ( ) ÷ ( ) = 65” işleminde öğrencilerden boş bırakılan yere gelmesi gereken sayıları bulmaları istenmektedir. Boş bırakılan yerlere (15 ve 1); (30 ve 2); (45 ve 3) şeklinde sayılar yazmaları istenmektedir.

Sayı duyusunun son bileşeni ise *sayı ve işlem bilgisini hesaplama durumlarına kullanmadaki esneklik* bileşenidir. Bu beceriyi ölçmek amacıyla araştırmacılar tarafından geliştirilen ölçekteki son dört soru tamsayılarda toplama, çarpma ve bölme işlemlerini en kısa yoldan yapma becerisi ile ilgilidir. İlk soruda öğrencilerden 8 ile 98 sayısını kısa yoldan çarpmaları istenmektedir. Sayı duyusu gelişmiş bir çocuk bu sorunun çözümünde şu şekilde düşünebilir: “8 x 100 = 800, 800 – 16 = 784”. İkinci ve üçüncü (Ek, Soru 8) sorularda ise öğrencilerden ilk olarak birbirini ona veya yüze tamamlayan sayılar için işlem yapmaları beklenir. Örneğin verilen sayılar arasından ilk olarak 32 ile 68 sayılarının toplanması gibi. Bu bileşendeki son soruda öğrencilerden 200000 sayısının 132 ile bölümünün yaklaşık olarak kaça eşit olduğunu bulmaları istenmektedir. Bu soru çoktan seçmeli bir sorudur. Öğrencilerden yaklaşık değerin dört basamaklı bir sayı olduğunu fark edip işlem yapmadan seçim yapması beklenir.

Puanlama

İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin sayı duyularının ölçülmesi için uygulanan Sayı Duyusu Ölçeği’nin puanlanmasında öğrencilerin kullandıkları çözüm yolları dikkate alınmıştır. Soruyu, sayı duyusunu kullanarak çözen öğrencilere 1 puan, hesap yaparak, standart-rutin yolla çözenlere ve doğru sonuca ulaşamayanlara 0 puan verilmiştir. Örneğin, “(630 x 45) + (8 x 45) “ işleminin çözümü için ayrı ayrı hesaplama yapıp “(630 x 45)” ve “(8 x 45)” ‘i bulan ve buldukları değerleri toplayan bir öğrenciye 0 puan verilmiştir. Öte yandan hesaplama işlemi yapmadan “(630 x 45) + (8 x 45)” işleminin “638 x 45” işlemine eşit olduğunu fark edenlere ise 1 puan verilmiştir.

Pilot Uygulama

Ölçme aracındaki maddeler, uygulama öncesinde sayı duyusu konusunda çalışma yapmış olan 2 konu alanı uzmanı, 3 deneyimli öğretmen ve 8 matematik eğitimcisi tarafından incelenmiştir. Uzmanlara ölçme aracındaki soruların ilgili alanyazında tanımlanan değişik tipteki sayı duyusu bileşenlerini temsil edip etmediği sorulmuştur. Uzmanlar aynı zamanda ölçme aracındaki maddelerin değişik zorlukta olup olmadığını, maddelerin ifade ediliş biçimini, yanlış yorumlamalara meydan verip vermemesini, ölçmek istediği şeyi ne derecede ölçtüğünü incelemişlerdir. Öneriler doğrultusunda gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Ölçek, pilot çalışmada çalışma grubunu oluşturan okullardaki 179 öğrenciye uygulanmıştır. Madde geçerliklerini belirlemek amacıyla madde- toplam puan korelasyonu hesaplanarak her bir sorunun ayırt edicilikleri bulunmuştur. Ayırıcılıkları 0,262, 0,311 ve 0,232 olarak bulunan ve madde ayırt edicilikleri 0,40’ın altında olan üç soru ölçekten çıkarılmıştır.

Uygulama

Madde ayırt edicilikleri düşük bulunan üç madde ölçekten çıkarıldıktan ve madde ifadelerinde gerekli düzeltmeler yapıldıktan sonra 21 maddeden oluşan ölçek çalışma grubuna uygulanmıştır. Sayı duyusunun yapısını ortaya koyabilmek amacıyla açımlayıcı faktör analizi yapılmıştır. Faktör analizi yapılabilmesi için ölçekte yer alan soru sayısının en az 10 katı kadar bir gruba ölçeğin uygulanması gerekir. Hazırlanan ölçek çalışma grubunun tümünü oluşturan 584 öğrenciye uygulandığı için seçilen örneklem büyüklüğünün faktör analizinin güvenirliği açısından yeterli olduğu düşünülmektedir. Faktör analizindeki ilk adım ölçeğin uygulandığı grubun faktör analizi için uygun olup olmadığına bakmaktır. Bunun için Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) değerinin 0,60 ve üzerinde olması beklenmektedir. KMO değerinin 1’e yaklaşması, yapılan faktör analizinin belirgin ve güvenilir faktörleri ortaya çıkaracağı anlamına gelir (Büyüköztürk, 2002). Uygulanan ölçeğin KMO değeri 0,91 olarak bulunmuştur. Bu da faktör analizi yönteminin kullanılmasının bu veriler için uygun olduğunu göstermektedir. Verilerin çok değişkenli normal dağılımdan gelip gelmediği ise Bartlett testi ile test edilmektedir. Elden edilen verilere uygulanan Bartlett testi anlamlı (p = 0,00) bulunmuştur. Bu sonuç, verilerin normal dağılımla uyumlu olduğunu göstermektedir.

Verilerin uygun çıkması üzerine açımlayıcı faktör analizi (exploratory factor analysis), faktörleştirme tekniği olarak temel bileşenler analizi (principal component analysis) kullanılmıştır. Faktör yük değerlerinin 0,45 ya da daha yüksek olması seçim için önemlidir (Büyüköztürk, 2002). Bir maddenin faktörlerdeki en yüksek yük değeri ile bu değerlerden sonra en yüksek olan yük değeri arasındaki farkın olabildiğince yüksek olması beklenir. Ancak yüksek iki yük değeri arasındaki farkın en az 0,10 olmasına dikkat edilmelidir (Büyüköztürk, 2002). Analizlerde faktörlerin her değişken üzerindeki ortak faktör varyansı, maddelerin faktör yükleri, varyans oranları ve çizgi grafiği incelenmiş ve maddelerin faktör yükleri en az 0.498 olarak seçilmiştir. Yorumlamada kolaylık sağlamak amacıyla varimax dik döndürme tekniği kullanılmıştır. Faktör döndürme sonuçları incelendiğinde, dört maddenin her iki faktörde de yüksek değere sahip olduğu tespit edilmiştir. Bir maddenin yük değeri, birinci faktör için 0, 478 iken üçüncü faktör için yük değeri 0,398'dir. Üç madde için de aynı fark görülmektedir. İki yük arasındaki farkın 0,10'dan az olmasından dolayı iki faktörde de yüksek yük değerine sahip olan dört maddenin ölçekten çıkarılmasına karar verilmiştir. Böylece ölçekteki madde sayısı 17'ye düşmüştür.

17 madde üzerinden tekrar faktör analizi yapılmıştır. Ölçekte kalan 17 maddeye uygulanan faktör analizi sonucunda elde edilen KMO değeri 0,914 ve Barlett testi anlamlılık değeri ise ,00'dır. 17 madde üzerinden yapılan son döndürme sonuçları Tablo 1'de verilmiştir. Buna göre sayı duyusu ölçeğinin üç faktörde toplandığı görülmüştür. Önemli olarak belirlenen faktörlerden birincisi ölçeğe ilişkin toplam varyansın % 18,099'unu, ikinci faktör % 15,728'ini, üçüncü faktör % 14,051'ini açıklamaktadır. Döndürme sonrasında ölçeğin birinci faktörünün 8 maddeden, ikinci faktörünün 4 maddeden ve üçüncü faktörünün de 5 maddeden oluştuğu belirlenmiştir. Birinci faktörde yer alan maddelerin faktördeki yük değerleri 0,498 ve 0,607 arasında değişmektedir. Aynı değerler, ikinci faktörde yer alan dört madde için 0,676–0,789 arasındadır. Son faktör için bu değerler 0,514 ve 0,682 aralığındadır.

Tablo 1.

Faktör Döndürme Sonuçları

	Bileşenler		
Madde No	1. faktör	2. faktör	3. faktör
3	,607		,436
1	,596	,120	,323
6	,594	,320	
8	,578		,290
7	,577	,143	
13	,564	,158	,146
10	,516	,240	,222
4	,498	,357	,230
15		,789	,203
14	,171	,737	,174
12	,288	,698	
11	,337	,676	
2			,682
5	,103	,248	,609
9	,401	,248	,602
16	,184		,581
17	,260	,281	,514

Ölçeğin Özellikleri

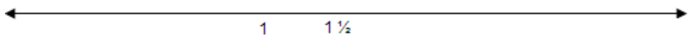
Sayı duyusu için geliştirilen ölçeğin özellikleri şunlardır:

i. Ölçeğin güvenirliğinin belirlenmesinde Cronbach-a güvenirlik katsayısı hesaplanmış ve 0.86 olarak bulunmuştur.

ii. Sayı Duyusu Ölçeği'ndeki maddeler üç faktörde toplanmıştır. Faktörler, maddelerin içerikleri dikkate alınarak isimlendirilmiştir. İlk faktörde yer alan maddelerin tümünün sayısal hesaplamalarda esnek düşünme, basit işlemlerde pratik yolu seçme ile ilgili olduğu dikkate alınarak bu faktöre "*hesaplamada esneklik*" adı verilmiştir. Bu bileşen altında yer alan sorular 1., 3., 4., 6., 7., 8., 10. ve 13. sorulardır. İkinci faktörde yer alan maddeler ise kesir kavramıyla ilgili sorulardan oluşmaktadır. Bu bileşendeki sorular da 11., 12., 14. ve 15. sorulardır. Alanyazındaki bazı sınıflamalarda da kesirlerin ayrı bir bileşen olarak ele alındığı görülmektedir (Sowder ve Schappelle, 1994). Bu nedenle ikinci faktöre, "*kesirlerde kavramsal düşünme*" adı verilmiştir. Üçüncü faktörde toplanan maddeler yine daha önceki çalışmalarda sayı duyusunun bir bileşeni olarak isimlendirilmiş olan "*kıyaslama (referans) noktası kullanımı*" ile ilgili olup 2., 5., 9., 16. ve 17. sorulardan oluşmaktadır. Faktör analizine göre oluşan boyutların adı, örnek maddeleri ve madde numaraları Tablo 2' de özetlenmiştir.

Tablo 2.

Faktör Analizi Sonucunda Ölçeğin Boyutlarının Adı, Örnek Maddeleri ve Madde Numaraları

Alt Boyutlar	*Örnek Madde*	Madde Numaraları
Hesaplamada esneklik	1- 0,25 x 16 işlemini kısa yoldan nasıl çözersiniz? Nasıl yaptığınızı gösterin.	1, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 13
Kesirlerde kavramsal düşünme	15- Aşağıda verilen sayı doğrusundaki noktaları düşünerek, ½, 2 ½ ve ¼ kesirlerini yerleştirin. 	11, 12, 14, 15
Kıyaslama (referans) noktası kullanımı	9- Hangi toplam 1'den büyüktür? Nasıl düşündüğünüzü açıklayın. a. $\frac{5}{11}+\frac{3}{7}$ b. $\frac{7}{15}+\frac{5}{12}$ c. $\frac{1}{2}+\frac{4}{9}$ d. $\frac{5}{9}+\frac{8}{15}$	2, 5, 9, 16, 17

iii. Birinci bileşendeki sorular sayıları esnek bir biçimde kullanma, pratik düşünme, en etkin ve kullanışlı stratejiyi seçme becerileri ile ilgilidir. Bu bileşendeki sorularda öğrencilerden uzun yoldan dört işlem yapmadan sorunun çözümünü pratik bir şekilde yapması beklenmektedir. Örneğin, birinci soruda öğrencilerden 0,25 x 16 işlemini kısa yoldan yapmaları beklenmektedir. Öğrenciler burada 0,25 sayısını pratik bir biçimde düşünerek ¼ olarak belirleyip bu sorunun cevabını işlem yapmaya gereksinim duymadan bulabilirler. Aynı yapı üçüncü soruda da görülmektedir. Bu soruda 6464 x 0,54 işleminin 3232'den büyük olup olmadığı sorulmaktadır. Öğrenciler birinci soruda olduğu gibi burada da 0,54 sayısının ½'e yakın olduğunu düşünebilirler. Bu sorunun üçüncü faktördeki yük değerinin birinci faktördeki yük değerine yakın olmasının sebebi (Bkz. Tablo 1), sayı duyusuna sahip bir öğrencinin 0,54'ün ½'den büyük olduğunu düşünüp ½ 'i kıyaslama noktası olarak kullanması olabilir.

iv. İkinci faktörde yer alan soruların özellikleri incelendiğinde ise bu faktörde toplanan soruların ikisinin (14. ve 15. soru) kesirlerin sayı doğrusu üzerinde gösterimi ile diğer ikisinin (11. ve 12. soru) ise kesirlerin şekil üzerinde gösterimi ile ilgili olduğu görülmektedir. İlköğretim matematik dersi öğretim programlarının 6. sınıf düzeyinde sayılar öğrenme alanında özellikle kesirler konusu üzerinde sayı duyularını geliştirici birçok etkinlik örnekleri bulunmaktadır (MEB, 2008: 135). Bu etkinlikler, kesirleri sayı doğrusunda yerleştirme ve kesirlerin temsil ettikleri büyüklüklere karar verebilmek için modeller kullanma ile ilgilidir (MEB, 2008: 135–136). Bu modellemeler alan ve sayı doğrusu modellemeleridir. Kesirler soyut bir kavram olduğu için kesirlerin öğretiminde modellerden yararlanılmaktadır. 1. –5. sınıf matematik programında da "bir kesri; bir bütünün parçası, sayı doğrusu üzerinde bir yer, doğal sayıların bölümü olduğunu anlayabilme" gibi ya da "kesirlerin temsil ettikleri büyüklüklere karar verebilmek için modeller kullanma" gibi sayı duyusunu geliştirici birçok konuya önem verildiği görülmektedir (MEB, 2009; Umay ve diğ., 2006: 203).

v. Üçüncü faktördeki sorularda öğrencilerden kıyaslama noktasına karar verme ve bu stratejiyi uygulaması beklenmektedir. On altıncı sorunun çözümünde öğrenciler 500 sayısını 1000:2 şeklinde düşünüp 86424 sayısını kolaylıkla ikiye bölebilmişlerdir. Burada öğrenciler tarafından kullanılan kıyaslama noktası 1000 sayısıdır. Bu soru dışında üçüncü faktörde toplanan diğer sorular kesirlerde kıyaslama (referans) noktası kullanımı ile ilgili sorulardır. Örneğin, ikinci sorunun çözümü için kıyaslama (referans) noktasını kullanan bir öğrenci şu şekilde cevap vermiştir: "$\frac{1}{2}$ kesri yarımdır. $\frac{6}{7}$ kesri ise tama yakındır. O halde iki kesir arasında $\frac{3}{5}$ kesrini yazabiliriz." Bu soruların ikinci faktördeki kesir sorularından farkı, kesirlerin gösteriminden öte kesirleri karşılaştırırken uygun stratejiye karar verme ve bu stratejiyi uygulama ile ilgili bir akıl yürütme gerektirmesidir. Matematik programında dikkati çeken nokta, bu stratejinin programda genellikle kesirler için kullanılmasıdır. Tamsayılar için bu stratejinin kullanımına programda rastlanmamaktadır.

Tanımlanması oldukça zor bir kavram olan sayı duyusu araştırmacılar, matematik eğitimcileri, sınıf öğretmenleri, program geliştirme uzmanları ve hatta nöropsikologlar tarafından tartışılan bir konudur. Bu tartışmalar genellikle sayı duyusunun bileşenlerinin sınıflandırılması (McIntosh ve diğ., 1992; Sowder ve Schappelle, 1989), sayı duyusuna sahip çocukların hangi özelliklere sahip olması gerektiği (Howden, 1989), sayı duyusunun psikolojik açıdan teorik analizi (Greeno, 1991) ve kökeni ile ilgilidir (Antel ve Keating, 1983; Berch, 2005; Dehaene, 1997; Groen ve Resnick, 1977; Lipton ve Spelke, 2003; Starkey, 1992; Wynn, 1992). Alanyazında sayı duyusunun bileşenleri üzerinde ortak bir görüş oluşmadığından bu araştırmada çeşitli araştırmacılar tarafından ortaya atılmış farklı sınıflandırmalar dikkate alınarak 6. – 8. sınıf düzeyinde bir Sayı Duyusu Ölçeği geliştirilmiş ve geliştirilen bu ölçek yardımıyla sayı duyusunun boyutları belirlenmeye çalışılmıştır. Belirlenen bu üç boyut; hesaplamada esneklik, kesirlerde kavramsal düşünme ve kıyaslama (referans) noktası kullanımıdır. Sayı duyusunun açık ve net bir şekilde tanımlanabilmesi, ancak onu oluşturan bileşenlerin belirlenmesiyle mümkündür (McIntosh ve diğ., 1992, s. 8). O halde sayı duyusu;

> *sayıları esnek bir biçimde kullanma, sayılarla işlemlerde pratik düşünme, en etkin ve kullanışlı çözümü seçme, duruma uygun standart olmayan yolları yaratma, problemi kolaylaştırıcı durumlarda kıyaslama (referans) noktası kullanma, kesirlerde kavramsal düşünme ve kesirlerde farklı gösterim biçimlerini kullanma*

olarak tanımlanabilir. Bu yapıda dikkati çeken nokta, kesirler konusunun ayrı bir boyut olarak ortaya çıkmasıdır. Kesirler, Sowder ve Schappelle'nin (1994) tanımladığı sınıflandırmada ve diğer bazı kaynaklarda da (Van de Walle, Karp, Bay-Williams, 2010) aynı şekilde ayrı bir boyut olarak görülmektedir. Bu araştırma diğer araştırmalardan farklı olarak sayı duyusunun boyutlarına ilişkin istatistiksel kanıta dayalı bir yapı sunmayı hedeflemiştir. Ortaya çıkan sınıflandırma tartışmaya açık olmakla birlikte ileride bu alanda çalışma yapmak isteyen araştırmacılar için bir başlangıç noktası olabilir. Aynı zamanda geliştirilen ölçeğin geçerlik ve güvenirliğinin oldukça yüksek olduğu söylenebilir. Sayı duyusunu ölçmek için geliştirilen bu ölçek öğretmenlere, öğrencilerin sayı duyusu becerilerini tespit etmede ve sayı duyusunu geliştirmede sayı duyusunun bileşenlerinden yararlanarak öğretimin nasıl düzenleneceğine ilişkin bir ipucu verebilir.

Kaynakça

Antel, S. E. ve Keating, D. (1983). Perception of numerical invariance in neonates. *Child Development*, 54, 695–701.

Berch, D. B. (2005). Making sense of number sense: Implications for children with mathematical disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 38 (4), 333–339.

Büyüköztürk, Ş. (2002). *Sosyal Bilimler İçin Veri Analizi El Kitabı. İstatistik, Araştırma Deseni, SPSS Uygulamaları ve Yorum.* Ankara: Pegem A Yayıncılık.

Dehaene, S. (1997). *The number sense: How the mind creates mathematics*. New York: Oxford University Press.

Gersten, R. ve Chard, D. (1999). Number sense: Rethinking arithmetic instruction for students with mathematical disabilities. *The Journal of Special Education*, 33 (1), 18–28.

Greeno, J. G. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain source. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22 (3), 170–218.

Griffin, S. (2004). Teaching number sense. *Educational Leadership*, 61 (5), 39–42.

Groen, G. ve Resnick, L. (1977). Can preschool children invent addition algorithms? *Journal of Educational Psychology*, 69, 645–652.

Hope, J. (1989, Feb). Promoting number sense in school. *Arithmetic Teacher*, 12–16.

Howden, H. (1989, Feb). Teaching number sense. *Arithmetic Teacher*, 6–11.

Howell, S. ve Kemp, C. (2005). Defining early number sense: A participatory Australian study. *Educational Psychology*, 25 (5), 555–571.

Kaminski, E. (2002). Promoting mathematical understanding: Number sense in action. *Mathematics Education Research Journal*, 14 (2), 133–149.

Lipton, J. S. ve Spelke, E. S. (2003). Origins of number sense: Large-number discrimination in human infants. *Psychological Science*, 14 (5), 396–401.

Markovits, Z. ve Sowder, J. (1994). Developing number sense: An intervention study in grade 7. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25 (1), 4–29.

McIntosh, A., Reys, B. J., ve Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, 12 (3), 2–9.

MEB (2008). İlköğretim Matematik Dersi 1–5. Sınıflar Öğretim Programı. Ankara.

MEB (2009). İlköğretim Matematik Dersi 1–5. Sınıflar Öğretim Programı. Ankara.

National Center for Education Statistics (2005). NAEP Questions Tool, Sample Questions, Retrieved June 2, 2010, from http://nces.ed.gov/nationsreportcard/itmrlsx /search.aspx?subject=mathematics

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Reys, R. E. ve Yang, D. C. (1998). Relationship between computational performance and number sense among sixth- and eighth- grade students in Taiwan. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29 (2), 225–237.

Reys, R., Reys, B., McIntosh, A., Emanuelsson, G., Johansson, B., ve Yang, D. C. (1999). Assessing number sense of Students in Australia, Sweeden, Taiwan, and the United States. *School Science and Mathematics*, 99 (2), 61–70.

Sowder, J. T. ve Schappelle, B. P. (Eds.) (1989). *Establishing foundations for research on number sense and related topics*: Report of a conference. San Diego, CA: San Diego State University, Center for Research in Mathematics and Science Education.

Sowder, J. ve Schappelle, B. (1994, Feb). Number sense-making. *Arithmetic Teacher*, 342–345.

Starkey, P. (1992). The early development of numerical reasoning. *Cognition*, 43, 93–126.

Trends in International Mathematics and Science Study [PDF document]. TIMSS 1999 Mathematics Items: Released Set for Eighth Grade. Retrieved June 2, 2010, from http://timss.bc.edu/timss1999i/pdf/t99math_items.pdf

Umay, A., Akkuş, O., ve Duatepe Paksu, A. (2006). Matematik Dersi 1. – 5. Sınıf Öğretim Programlarının NCTM Prensip ve Standartlarına Göre Incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31, 198–211.

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., ve Bay-Williams, J. M. (2010). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally*. Boston, MA: Allyn & Bacon.

Wynn, K. (1992). Addition and substraction by human infants. *Nature*, 358 (27), 749–750.

Yang, D. C. (1995). Number sense performance and strategies possessed by sixth and eighth grade students in Taiwan (Doctor of Philosophy, University of Missouri-Columbia, 1995). *Dissertation Abstracts International*, UMI No. AAT 9705388.

Ek. Sayı Duyusu Ölçeği

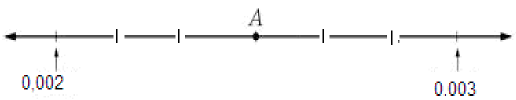
1) 0,25 x 16 işlemini kısa yoldan nasıl çözersiniz? Nasıl yaptığınızı gösteriniz.

2) $\frac{1}{2}$ ile $\frac{6}{7}$ arasında bir kesir yazın. Nasıl bulduğunuzu açıklayın.

3) 6464 x 0,54 işleminin sonucu 3232'den büyük müdür, yoksa küçük müdür? Neden?

4) 372 – 38 = 334 ise 372 – 18 işleminin sonucunu kısa yoldan bulunuz? Nasıl bulduğunuzu gösteriniz.

5) Aşağıdaki sayı doğrusunda A yerine gelecek sayı hangisi olmalıdır? Neden?



6) Aşağıdaki eşitliğin sağlanması için parantezlerin içine hangi sayılar yazılabilir? Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

50 + ( ) ¸ ( ) = 65

7) "4,358 ondalık sayısının 10 fazlası kaçtır?" sorusu için dört öğrencinin çözüm yolu aşağıda verilmiştir. Size en yakın gelen yol hangisidir? Neden?

Gökşin'in yolu	İhsan'nın yolu	Mirkan'ın yolu	*Mert'in yolu*
4,358 *+ 10* *14, 358'dir.*	*4, 358* *+ 10* *4,368'dir.*	*4,358* *+ 10* *4,458'dir.*	*Tam kısımları toplasam yeter.* *4 + 10 = 14* *Cevap 14,358'dir.*

8) Aşağıdaki işlemi kolay yoldan nasıl yaparsınız? Nasıl yaptığınızı açıklayınız.

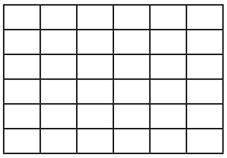
5 000 032 + 2 000 725 + 1 000 068 – 1 000 725

9) Hangi toplam 1'den büyüktür? Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

a. $\frac{5}{11}+\frac{3}{7}$ b. $\frac{7}{15}+\frac{5}{12}$ c. $\frac{1}{2}+\frac{4}{9}$ d. $\frac{5}{9}+\frac{8}{15}$

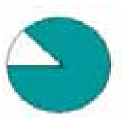
10) Aşağıdaki ondalık sayıları sıraladıktan sonra ortaya düşen sayıyı kolayca bulmanın yolu nedir? Sayıyı bulun ve nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

0,10 0,98 0,198 1,3 1,6 1,602 0,835 9,345 0,01



11) Aşağıdaki şeklin $\frac{4}{9}$ ünü boyayın. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

12) Boyalı alanı (siyah kısmı) ifade eden sayı hangi aralıktadır? Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.



a. 0 ile ¼

b. ¼ ile ½

c. ½ ile ¾

d. ¾ ile 1

Açıklama:

13) "9468 x $\frac{1}{2}$ işleminin sonucu, $\frac{9468}{\frac{1}{2}}$ işleminin sonucundan büyüktür." Sizce bu ifade doğru mudur? Açıklayınız.

14) Sayı doğrusu üzerindeki hangi harf, payı paydasından çok az büyük olan bir kesre karşılık gelir? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Açıklama:

15)

Yukarıda verilen sayı doğrusundaki noktaları düşünerek $\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$ ve $\frac{1}{4}$ kesirlerini yerleştirin. Nasıl yerleştirdiğinizi açıklayınız.

16) 86424 x 500 işlemini kısa yoldan nasıl çözersiniz? Nasıl düşündüğünüzü gösteriniz.

17) Ayşegül öğretmen, sınıfındaki 60 öğrenciye sevdikleri spor dallarını sormuştur. Yandaki tabloda spor dallarının sevilme oranları gösterilmiştir.

Sınıftaki öğrenciler tarafından en çok sevilen spor dalının hangisi olduğunu kısa yoldan nasıl bulursunuz? Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

EN ÇOK SEVİLEN SPORLAR	
Sporlar	Öğrenciler
Futbol	2/5
Basketbol	7/12
Masa Tenisi	1/12
Voleybol	1/10